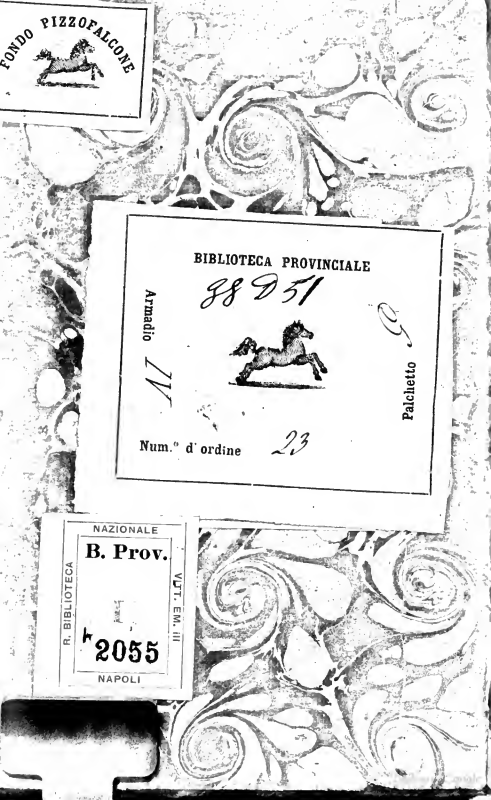
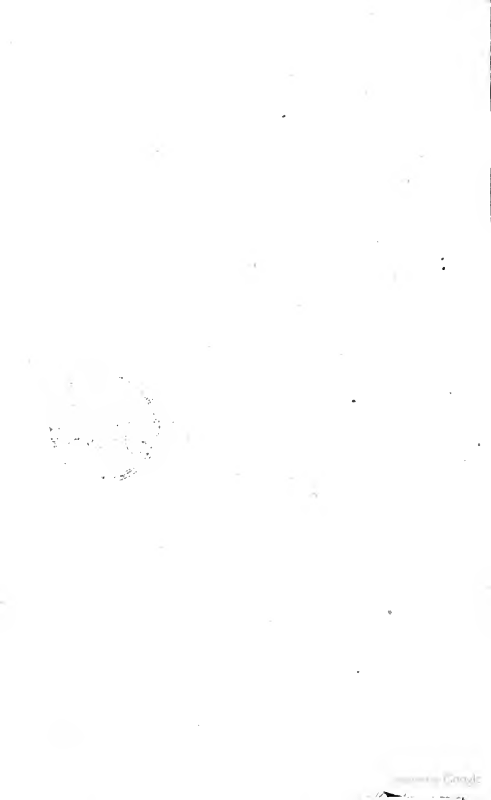



FONDO PIZZOFALCONE
BIBLIOTECA PROVINCIALE
88 D 51
Armadio
IV
Palchetto
Num.° d'ordine
23
NAZIONALE
B. Prov.
R. BIBLIOTECA
VITT. EM. III
2055
NAPOLI





ÉLÉMENS
DE STEREOTOMIE,
A L'USAGE
DE L'ARCHITECTURE,
POUR
LA COUPE DES PIERRES.

PAR M. FREZIER, Lieutenant Colonel, Chevalier de l'Ordre Royal & Militaire de Saint Louis, Directeur des Fortifications de Bretagne.

TOME SECOND.



A PARIS,
Chez CH. ANT. JOMBERT, Imprimeur-Libraire du Roi, pour l'Artillerie & le Génie, quai des Augustins, à l'Image Notre-Dame.

M. D. CC. LX.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

ERRATA du second Tome.

PAGE 7, *ligne* 10, O 6, *lisez*, *e* 6.
Page 26, *lig.* 5, DHEG, *lis.* DHFG.
Page 33, *lig.* 25, *l h q*, *lis. f h q.*
Page 41, *lig.* 9, à surprendre. *Voyez* la Pl. X.
Page 48, *lig.* 26, arrêtes, *lis.* arêtes.
Page 55, *lig.* 17, *idem*, *lis.* arêtes.
Page 70, *lig.* 9, BH, *lis.* BV.
Page 72, *lig.* 22, AC, *lis.* AE.
Page 88, *ligne antépénultieme* BD, *lis.* B*d.*
Page 100, *lig.* 4, PH, *lis.* CH.
Page 109, *lig.* 23, profil *hb*, *lis.* de profil *hbP*, de coupe, *&c.*
Page 117, *lig.* 7, PC*a*, *lis.* PCA.
Ibid. lig. 26, SI, *lis.* S*b.*
Page 171, *ligne derniere*, adoptée, *lis.* adaptée.
Page 197, *lig.* 19, cercle, *lis.* cerche.
Page 213, *lig.* 5, & zimutaux, *lis.* Azimutaux.
Page 244, *ligne derniere*, d'interjection, *lis.* d'intersection.
Page 253, *ligne derniere*, comme en A, *lis.* commun en A.

OMISSIONS & fautes d'indication des Figures à ajouter à la marge avant que de lire.

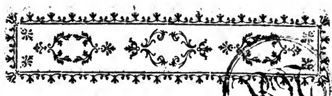
P*Age* 6, *ligne* 18, *figure* 125.
Page 7, *lig.* 11, *fig.* 126.
Page 9, *lig.* 4, *fig.* 124 & 125.
Page 14, *lig.* 24, *fig.* 130.
Page 15, *lig.* 4, *fig.* 131.
Page 26, *lig.* 5, *fig.* 134.

Page 41, *lig.* 9, *fig.* 137, Pl. X.
Ibid. lig. 27, *fig.* 138.
Page 45, *lig.* 17, *fig.* 139.
Page 72, *lig.* 13, *fig.* 144.
Page 92, *antépénultieme*, *fig.* 150.
Page 104, *lig.* 1, *fig.* 154.
Page 108, *lig.* 12, *fig.* 155.
Page 111, *lig.* 3, *fig.* 156.
Page 123, *lig.* 21, *fig.* 162.
Page 124, *lig.* 14, *fig.* 164.
Page 125, *lig.* 23, *fig.* 165.
Page 127, *lig.* 2, *fig.* 166.
Ibid. lig. 12, *fig.* 167.
Pag. 139, *lig.* 14, *fig.* 174.
Page 141, *lig.* 23, *fig.* 171.
Page 157, *lig.* 21, *fig.* 160 & 183.
Page 169, *lig.* 10, *fig.* 184.
Ibid. effacez *figure* Z.
Page 172, *ligne pénultieme*, *fig.* 185.
Page 173, *lig.* 26, *fig.* Z.
Page 176, *lig.* 12, *fig.* W.
Page 181, *lig.* 23, *fig.* 190.
Page 209, *lig.* 13, *fig.* 203.
Page 213, *lig.* 11, *fig.* 205.
Page 214, *lig.* 24, *fig.* 207.
Page 253, *lig.* 9, *fig.* 220.

TABLE
DES CHAPITRES,
Et des principaux ſujets contenus dans ce volume.

Fin de la Table de ce volume.

ELEMENS



ÉLÉMENS DE STEREOTOMIE *A L'USAGE* DE L'ARCHITECTURE POUR *LA COUPE DES PIERRES.*

PREMIERE PARTIE.

De la description des Sections à double courbure, qui ne peuvent être décrites sur des surfaces planes, mais seulement sur les concaves ou convexes des corps qui se pénetrent mutuellement, de l'intersection desquels elles sont originaires.

ON a vu ci-devant que, pour déterminer les courbures des sections planes, il falloit connoître le rapport des abscisses & des ordonnées des axes, ou de quelques diametres; ce qu'on peut comparer aux di-

menſions de longueur & largeur : mais ces deux dimenſions ne ſuffiſent pas pour déterminer les points du contour d'une ligne à double courbure, il en faut une troiſieme, qu'on peut comparer à la profondeur, comme dans les ſolides; c'eſt pourquoi nous les appellons quelquefois des *ſections ſolides*, pour les diſtinguer des planes.

Nous leurs aſſignons auſſi deux axes, un droit & un courbe, cómme la corde & l'arc ; les co-ordonnées au premier nous donnent les longueurs & largeurs ; & la courbure du ſecond, en s'éloignant de l'axe droit, nous détermine la hauteur au deſſus ou la profondeur au deſſous, qui augmente ou diminue, ſuivant la différence des ordonnées de l'axe droit au courbe.

Mais comme cette troiſieme dimenſion eſt hors du premier plan des longueurs & largeurs d'une ſection plane, elle ne peut y être repréſentée que comme une ligne en l'air, par le moyen de la projection, qui en raccourcit la meſure : on eſt obligé de la chercher par la ſuppoſition d'une nouvelle ſection plane, parallele à la premiere, & dont l'intervalle eſt connu par une épaiſſeur de tranche dônnée à volonté, laquelle comprendra une plus grande ou plus petite partie de la courbure que l'on cherche, ſelon que le corps rond eſt coupé

perpendiculairement ou obliquement ; ce moyen étant le plus ſimple & le plus commode, nous croyons pouvoir en faire une *maxime générale de pratique.*

Pour trouver les hauteurs ou profondeurs des courbes à double courbure, formées par les interſections des corps ronds, il n'eſt point de moyen plus commode que celui de les diviſer par tranches planes, & paralleles entr'elles, d'une épaiſſeur donnée à volonté, ſuivant le plus ou moins de préciſion que l'on ſe propoſe, & la multiplicité des points que l'on cherche de ces courbes; étant évident que plus ces tranches ſeront minces, plus on aura de points près à près.

Sur quoi il faut obſerver que ces tranches pouvant être dirigées en différentes poſitions, à l'égard des centres, des axes ou des côtés des corps ronds, il en réſulte des interſections de ſurfaces d'un contour plus ou moins facile à tracer. Je m'explique par un exemple : Si un cylindre & une ſphere ſe pénétrent, on peut couper ces deux corps inégaux par tranches, ſituées de trois manieres, ou perpendiculairement à l'axe du cylindre, ou parallelement ou obliquement à cet axe.

Si l'on coupe ces deux corps inégaux par tranches perpendiculaires à l'axe du cylin-

dre, elles produiront des cercles d'une grandeur constante dans le cylindre, & variée dans la sphere, en ce que ceux qui approcheront le plus du centre seront les plus grands, & au contraire plus petits, à mesure qu'ils s'en éloigneront, & la courbe de l'intersection de leurs surfaces sera fort facile à trouver, en ce qu'elle sera dans une suite d'intersections de cercles.

Si au contraire les tranches qui coupent ces deux corps sont en situation parallele à l'axe du cylindre, elles seront terminées dans le cylindre par des parallélogrammes plus ou moins larges, à mesure qu'elles approchent de l'axe, & dans la sphere par des cercles inégaux : l'intersection de leurs surfaces consistera donc dans une suite d'intersections de lignes droites qui seront les côtés de ces parallélogrammes, & d'arcs de cercles ; ce qui est encore facile à déterminer.

Mais si les tranches sont en situation oblique à l'axe du cylindre, elles seront terminées par le contour des ellipses, formées dans le cylindre coupé obliquement, lesquelles seront toujours d'une grandeur constante, parce qu'on suppose les tranches d'épaisseurs égales, & par des cercles inégaux dans la sphere ; ce qui devient un peu plus difficile dans l'exécution, parce

qu'il n'eſt pas ſi facile de tracer une ellipſe qu'un cercle, comme dans le premier cas, ou qu'une ligne droite comme dans le ſecond. Ainſi l'on voit qu'il y a du choix dans la ſituation des tranches, pour ſe procurer plus ou moins de facilité à trouver les points d'interſections des courbes à double courbure, qui ſe forment à la ſurface des corps ronds qui ſe pénetrent avec les planes qui terminent les tranches paralleles: c'eſt au jugement de l'Artiſte à les ſituer de la maniere la plus favorable à l'exécution, ſoit qu'on opere ſur une ſurface concave ou ſur une convexe: car ce qui convient à l'une ne convient pas toujours à l'autre, parce que dans la concave on a la reſſource des cordes, pour déterminer les extrêmités des arcs, & non pas ſur la convexe. Or preſque toutes les opérations pour la coupe des pierres ſe font dans les ſurfaces concaves, qui ſont les doëles des voûtes, & rarement dans les convexes.

PROBLEME I.

Tracer un cicloimbre ſur deux cylindres inégaux, dont les axes ſe croiſent & ſe coupent à angle droit.

Soit une moitié de cylindre AF, ou ſeulement un quart ABCEL, repréſenté *Fig.* 124.

ici en perſpective, pénétré par la moitié d'un autre cylindre plus petit HLMKF, dont l'axe ON rencontre & coupe celui du grand XC à angles droits.

Nous ne repréſentons ici que le quart du grand & la moitié du petit, pour rendre la figure moins confuſe, ces parties étant ſuffiſantes pour les explications du reſte, qui eſt égal, & une répétition de ce qui eſt ici apparent, ſçavoir un quart à un quart du même cylindre dans le grand, & une moitié à l'autre du petit.

Il s'agit de trouver la courbe à double courbure, marquée à la figure LMK, qui eſt formée par la rencontre de la moitié de la ſurface du petit cylindre HK, avec le quart de celle du grand AE.

fig. 125. Pour y parvenir, il faut tracer à part ſur une ſurface plane, un quart de cercle *bec*, avec le rayon *ce*, égal au demi-diametre du grand cylindre, & ſur le rayon *ce*, prolongé de la longueur *eh*, égale à celui du petit cylindre OH, on décrira un autre quart de cercle *hr*, terminé par *re*, perpendiculaire ſur *hc*.

On diviſera enſuite ce quart de cercle en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points à la circonférence de la courbe que l'on cherche, par exemple, ici en quatre aux points 1, 2, 3, *h*, par leſquelles on

menera des paralleles à *ch*, qui couperont l'arc *be* aux points *m*.4.5.6.*c*, & la droite *re* aux points *s*, *t*, *v*.

Présentement on a tout ce qui est nécessaire pour tracer le cicloimbre sur l'un & l'autre cylindre: premiérement sur le grand, on commencera par tracer un quart de cercle SM sur le milieu de la rencontre des deux cylindres, par le probl. 2, ch. 2, sur lequel arc on portera du sommet S l'arc *O*6 de la fig. 125 en S3, *e*5 sur S2, *e*4 sur S1, & *em* sur S*m*; puis par les points S, 3, 2, 1, *m*, on tirera des paralleles à l'axe par le probl. 2, Partie 2. *fig.126.*

On portera ensuite sur la ligne DSE, du sommet la longueur *ch* du rayon ou demi-diametre du petit cylindre de part & d'autre de S en S*u* & SV; l'ordonnée 3.V en 3.T & 3.*t* sur la parallele à l'axe passant par le point 3; la suivante 2*t* en 2.*x*, & 2X sur la parallele, passant par le point 2 de l'arc SM; l'ordonnée suivante 1.*s* en 1.*y*; & par les points marqués *u*, *t*, *x*, *y*, *m*, X, Y, T, V, on tracera la courbe à double courbure, que nous avons appellé *cycloimbre* sur le grand cylindre dans lequel entre le plus petit, sur la surface duquel nous la tracerons par les mêmes moyens, comme il suit.

Ayant tracé sur le demi-cylindre HK un demi-cercle LTK, on le divisera en *Fig. 127.*

huit parties égales, parce qu'on a supposé le quart divisé en quatre, aux points 1, 2, 3, T, &c. on menera par ces points autant de paralleles à l'axe du cylindre sur sa surface, sur lesquelles on portera les longueurs données à la fig. 125, sçavoir *rm* en TM, *s*.4 en 3.*x*, *t*.5 en 2.*y*, *v*.6 en 1.*z*; faisant la même chose de l'autre côté de TM, on aura huits points, par lesquels on fera passer la courbe à double courbure L*zyx*M, qui sera la même que celle que l'on a tracée sur le grand cylindre. C. Q. F. F.

DEMONSTRATION.

Il a été démontré dans le premier Livre, que le cicloimbre étant uniforme dans chacun des quarts de son contour, il suffit de sçavoir tracer cette partie pour décrire le tout; c'est pourquoi nous ne représentons ici les deux cylindres qui se pénetrent, que par le quart de leur circonférence; mais quoique nous étendions ces deux quarts de cercles inégaux dans un même plan, il faut les imaginer dans deux plans qui se coupent à angle droit, suivant la ligne droite *re* (*fig.* 125), ce qu'on ne pourroit représenter qu'imparfaitement, par le moyen de la perspective, parce que l'un étant dans le plan du papier, l'autre est en l'air.

Cela ſuppoſé, on reconnoîtra que ſi l'on ſuppoſe le petit cylindre $r3h$, coupé par des plans paralleles à l'axe XC du grand cylindre, ils paſſeront par les ordonnées du petit $3v$, $2t$, $1s$; ainſi les deux cylindres ſeront coupés par des tranches paralleles à leurs axes, dont les rencontres à la ſurface de l'un & de l'autre, feront évidemment des points de la courbe qui ſe forme par la pénétration de ces deux ſurfaces courbes inégales. Or il eſt clair, par notre conſtruction, que les ſurfaces de l'un & de l'autre cylindre, ayant été diviſées par des lignes paralleles à leurs axes, nous les avons fait paſſer par des points communs aux deux ſurfaces, trouvés par le profil de la ſeconde figure en m, 4, 5, 8; ce qu'il eſt facile de reconnoître, pour peu d'attention qu'on y donne. Fig. 124. & 125.

Il ne paroît pas néceſſaire de démontrer que cette courbe d'interſection eſt un cicloimbre, puiſqu'elle eſt ſuppoſée formée par le contours de deux cylindres, dont les axes ſe coupent à angle droit.

USAGE.

Ce problême eſt le fondement de la pratique de la coupe des pierres, pour exécuter tous les enfourchemens des berceaux en plein ceintre, qui ſe croiſent à l'équerre,

lorſqu'ils ſont de diametres inégaux, & que leurs naiſſances ſont de niveau, tels ſont, par exemple, ceux des lunettes dans une nef d'Egliſe, comme au Val-de-Grace, qui ſont des demi-cylindres, dont les axes étant prolongés, couperoient celui de la nef, ſi les naiſſances ſont de niveau, dont l'arête d'enfourchement eſt un demi-cycloimbre; il arrive quelquefois que c'eſt un cycloimbre entier, comme lorſqu'un puits rond tombe au milieu de la voûte en berceau d'une cîterne, &c. Dans le premier cas, les paralleles aux deux arcs des doëles repréſentent les joints de lit, ſur leſquels les rangs de vouſſoirs ſe ſoutiennent mutuellement; mais dans le ſecond, ces lignes ne ſont néceſſaires que pour l'épure. Si les axes des berceaux ſe rencontrent obliquement, ou s'ils ne ſont pas tous les deux en plein ceintre, la courbe de l'arête d'enfourchement des doëles devient une ellipſimbre, qu'on tracera comme il ſuit.

PROBLEME II.

Tracer une ellipſimbre ſur les ſurfaces concaves ou convexes de deux cylindres, dont les axes ſe coupent obliquement.

La conſtruction de ce problême eſt ſi ſemblable à celle du précédent, qu'il ſuffi-

roit de dire que toute la différence consiste en deux petites modifications, qui n'occasionnent aucune difficulté.

La premiere est celle de l'angle que font les axes, aigu ou obtus, au lieu d'un droit.

La seconde est, que dans la préparation il faut substituer des quarts d'ellipses au lieu des quarts de cercles du problême précédent.

Soit le demi-cylindre A F E D B, pénétré par un plus petit H I K L, dont les axes Q N & X *c* se coupent obliquement en N, suivant un angle aigu Q N X. Il est clair que si l'on suppose un plan passant par cet axe Q N, perpendiculairement au plan X F E C par l'axe du grand cylindre, il fera deux sections différentes, sçavoir un parallélogramme dans le petit, & une ellipse dans le grand, dont la moitié du grand axe sera S N, & le petit B D, qui est ici en perspective, mais qui est égal au double de C E; le quart de cette ellipse sera tracé à part sur une surface plane en S *b n*. Il est encore évident que si l'on suppose le petit cylindre coupé par un plan tangent au grand, & passant par L K, il fera pour section une ellipse, dont S K ou S L est la moitié du grand axe, & le petit égal à Q M, perpendiculaire à l'axe Q N & H I. *Fig. 128.* *Fig. 129.*

On tracera ce quart d'ellipse sur N S,

prolongé en *h*, & l'on tirera par S la tangente ST : on divisera ensuite la circonférence du second quart d'ellipse T*h*S en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au quart de l'ellipsimbre proposé à décrire sur les surfaces de chacun des cylindres à part, comme ici en quatre aux points 1, 2, 3, d'où l'on abaissera des paralleles à *hn*, jusqu'à la rencontre de la circonférence du premier quart d'ellipse *bsn*, qu'elles couperont aux points *x*, *y*, *z*, & la ligne TS aux points *s*, *t*, V. Cette préparation étant faite, on a tout ce qu'il faut pour tracer l'ellipsimbre demandé sur les surfaces concaves ou convexes de chacun des deux cylindres.

On tracera sur la surface du grand cylindre la demi-ellipse, dont S*bn* est la moitié (par un point *s*, pris à volonté, & par le probl. 1, ch. 2 ci-devant); ensuite on portera sur cet arc elliptique, depuis le point *s*, les arcs de la fig. 129, SZ, SY, S*x*, SM; & par chacun de ces points, on tirera des paralleles à l'axe du grand cylindre (par le probl. 2, ch. 1), sur lesquelles on portera de part & d'autre de l'arc elliptique les ordonnées correspondantes, sçavoir 1*s* sur la *Fig. 128.* premiere parallele au dessus de *m*, sur la seconde l'ordonnée 2*t*, ainsi de suite; & par les points trouvés, on tracera une courbe

qui sera une ellipsimbre. Comme cette opération ne differe pas de celle du problême précédent, lorsque l'on a tracé sur le grand cylindre l'ellipse, dont *Sbn* est le quart, on pourra se servir de la même fig. 126, qui a servi pour la description du cicloimbre. *Fig.* 129.

On tracera de même sur le petit cylindre la même courbe, en commençant par y tracer une demi-ellipse, ou l'ellipse entiere, qu'un plan passant par LK feroit dans ce cylindre, sur le contour de laquelle on portera les arcs de la préparation T1, T2, T3, & T*h*, d'un côté de cet arc elliptique, & autant de l'autre, pour tirer par chacun de ces points des paralleles à l'axe du petit cylindre, qui feront obliques à l'arc elliptique qu'elles couperont, au-delà duquel on portera sur chaque parallele les prolongations T*m* pour le milieu; *sx* pour les deux premieres paralleles à droite & à gauche; *ty* sur les deux suivantes, & *vz* sur les troisiemes, venant à rien aux points des extrêmités du grand axe LK: c'est encore la même opération que l'on a fait pour le cicloimbre, fig. 127.

Il est visible que la même démonstration, qui a servi pour la construction du problême précédent, est applicable à celle-ci, qui ne differe que dans les effets de l'obliquité des axes des deux cylindres, &

des sections elliptiques substituées aux circulaires.

USAGE.

Ce problême n'est pas d'un usage moins fréquent dans l'appareil des voûtes que le précédent, non que les directions obliques soient aussi ordinaires dans les rencontres des berceaux que les perpendiculaires; mais parce qu'il est très-ordinaire qu'ils soient surhaussés ou surbaissés dans leurs ceintres, quoique d'une naissance de niveau, qui fait que leurs axes se coupent bien perpendiculairement, si l'on veut; mais cependant il n'en résulte pas des cicloimbres, parce que les cylindres sont de la nature des scalenes, dont les sections perpendiculaires à l'axe ne sont pas des cercles.

PROBLEME III.

Tracer une ellipsimbre formée par l'intersection des surfaces de deux cylindres qui se pénétrent mutuellement, en se croisant, sans que leurs axes se rencontrent.

fig. 130 Soient deux demi-cylindres AB, CD qui se croisent à angle droit, sans que leurs axes se rencontrent, on demande qu'on trace la courbe de l'intersection des surfaces, qui est une ellipsimbre EMg.

On fera sur une surface plane une préparation, à peu près comme dans les deux problêmes précédens, en représentant le grand cylindre par un quart de cercle AHC, *fig.* 131. & l'on portera sur CH la distance CX qui représentera celle de l'axe du grand cylindre, qui passe par le centre C & du petit cylindre FX qui croise la direction du grand sans le rencontrer, comme on voit le petit cylindre CD pénétrer le grand AB à angle droit sur le côté, parce que les deux axes, quoique chacun soit en situation horizontale, sont supposés à des hauteurs inégales.

Sur la ligne FX qui représente l'axe du petit cylindre, & d'un rayon FG égal à celui de la base de ce cylindre, on fera le quart de cercle FIG, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points à la circonférence du quart de l'ellipsimbre demandée, par lesquels on menera des paralleles à l'axe FG, qui couperont le demi-diametre GI aux points u, t, s, & l'arc du grand cylindre AH aux points x, y, z, k.

Cela posé, on décrira sur la surface du grand cylindre un cercle, dont une partie de la projection est ML, sur lequel on portera l'arc AK, & toutes ses parties successivement: par exemple, AG de M en g, *Fig.* 131.

G*x* en *gx*, ainſi de ſuite : enfin *z*K en *z*L, où eſt le ſommet de la courbe d'interſection, qui répond au point K du profil AKH ; par les points de diviſions de cet arc, on menera des paralleles à l'axe, ſur leſquelles on portera les ordonnées GF & les ſuivantes du profil du petit cylindre de part & d'autre de ML, comme GF du profil en *gf* & *go*, *us* en *x*1 & *x*4, ainſi des autres ; & par les extrêmités de ces lignes, *f*, 1, 2, 3, L, 6, 5, 4, *o*, on tracera ſur la ſurface courbe du grand cylindre le contour de l'ellipſimbre, formée par l'interſection des ſurfaces du petit & du grand cylindre.

Il s'agit préſentement de tracer la même courbe ſur la ſurface du petit cylindre.

On commencera par y tracer un cercle par le probl. 2, ch. 1, dont le quart ſera égal à celui du profil F3I, & dont le plan eſt exprimé au même profil par la ligne droite GI, & dans la projection horizontale, fig. 130, par la ligne *gf*, dont le milieu eſt le point *i*, qui repréſente I du profil.

Ayant tiré ſur la ſurface de ce petit cylindre des paralleles, comme dans le grand, paſſant par les points 1, 2, 3, I du profil, qui couperont la droite *gf* aux points *u*, *t*, *s*, *i* d'un côté, & autant de l'autre de *m*M, on portera ſur ces paralleles prolongées au-delà

delà de *gf*, les distances de la ligne droite GI à l'arc AKH, dans l'ordre où elles sont de part & d'autre de la ligne du milieu *m*M, sçavoir *ux* du profil en *u*X du plan, *ty* du profil en *t*Y du plan, *sz* du profil en *s*Z du plan, & IK du profil en *i*M du plan, répétant les mêmes transpositions des avances au dessous de M du côté de *g*, & par les points *f*,X,Y,Z,M & *g*, on tracera sur la surface du cylindre la courbe d'intersection des deux surfaces égales à celle qui a tracé sur le grand cylindre, quoique sur une surface beaucoup plus concave ou convexe. C. Q. F. F.

La démonstration de cette construction est encore la même que celle des deux problêmes précédens, avec cette petite différence, que dans la préparation, le quart de cercle GFI qui représente le profil du petit cylindre, n'est pas sur la ligne CA, prolongée comme il étoit, mais écarté à côté de l'intervalle AG égal à la distance CX de l'axe du grand cylindre passant par C, à l'axe du petit passant par G; au reste ce quart de cercle GFI, qui est mis dans le même plan que l'autre CAH dans le dessein, doit être relevé par la pensée dans un plan perpendiculaire, relevé en l'air sur la ligne GI, qui en est le profil.

On reconnoît aussi que les lignes pa-

ralleles que nous avons tracées comme des tranches, traversant les deux solides parallélement à l'horizon, font dans l'un & dans l'autre, des sections qui sont des parallélogrammes, parce qu'elles passent ou par leurs axes, ou parallélement à ces axes qui sont supposés horizontaux, quoique de différentes directions & à différentes hauteurs: ainsi ces lignes sont des côtés de l'un & de l'autre cylindre, dont les intersections donnent des points de l'ellipsimbre qui est formée par celles des deux surfaces inégales, concaves ou convexes.

Nous avons dit dans la premiere partie, théor. 4. pourquoi elle est dans cette circonstance une ellipsimbre.

USAGE.

Cette proposition donne la maniere de trouver l'arête d'enfourchement d'une lunette dans un berceau, dont la naissance est au dessus de celle de cette voûte cylindrique, comme l'on voit en plusieurs rencontres, & particuliérement à celles qui ouvrent le passage de la lumiere des vîtraux qui sont au dessus des entablemens dans la plûpart des nefs de nos Eglises modernes.

PROBLEME IV.

Tracer sur une surface concave ou convexe une ellipsimbre formée par l'intersection des surfaces d'une sphere & d'un cylindre, dont l'axe ne passe pas par le centre de la sphere.

Nous avons démontré au premier Livre, que si l'axe passe par le centre de la sphere, l'intersection des deux surfaces est un cercle, mais que s'il n'y passe pas, c'est une ellipsimbre, qui est une courbe à double courbure, dont il s'agit ici.

Soit ABD un des cercles majeurs de la sphere, dont le centre est C, pénétrée par un cylindre, dont HFKI est le parallélogramme par l'axe GX, qui ne passe pas par le centre C, les côtés de ce parallélogramme couperont le cercle de la sphere en deux points E & L, qui seront communs aux surfaces des deux corps, par lesquels, si l'on suppose un plan perpendiculaire au demi-cercle ABD, coupant ces deux corps, il fera dans la sphere un cercle qui aura LE pour diametre, & dans le cylindre une ellipse, dont la même LE sera le grand axe : donc la commune intersection des deux surfaces ne sera ni cercle ni ellipse, mais une ellipsimbre, comme nous l'avons démontré au premier Livre : c'est Fig. 131.

cette courbe dont il s'agit de trouver plusieurs points sur l'une & l'autre surface : pour y parvenir, il faut diviser ces deux corps par plusieurs tranches paralleles entr'elles, & d'égale épaisseur, par des plans perpendiculaires aux côtés H*i* ou FK, dont les sections sur le parallélogramme par l'axe du cylindre & le demi-grand cercle de la sphere seront autant de diametres des cercles différens que font ces tranches dans le cylindre & dans la sphere, dont les centres seront sur l'axe du cylindre GX en *n*, *n*, *n* pour les sections dans le cylindre, & sur le rayon CB pour les sections dans la sphere en *o*, *o*, *o*. Ainsi pour avoir le point d'intersection des surfaces coupées par la ligne 3, 6, qui coupe l'axe du cylindre en N, & le rayon CB de la sphere en O ; du point N pour centre, & N3 pour rayon, on décrira un arc en haut ou en bas (il n'importe) 3*x*, & du point O pour centre, & O.6 pour rayon, l'arc 6.*x* qui coupera le précédent au point *x*, qui est celui de l'intersection des surfaces de la sphere & du cylindre, coupées par un plan 3.6.

Fig. 132.

Si l'on veut avoir la projection de ce point, il n'y a qu'à abaisser une perpendiculaire sur la ligne 3, 6 qui la coupera au point P, où sera la projection du point *x* sur le parallélogramme par l'axe du cylindre.

Il est visible qu'on trouveroit de même le point d'intersection y sur la ligne 1,4, en décrivant les arcs renversés au dessous, comme Ly du centre n, & n 1 pour rayon du cylindre, & l'arc 4y du point O pour centre, & o4 pour rayon dans la sphere, qui se couperont en y, d'où tirant une perpendiculaire à la ligne 1,4, on aura la projection du point y au point q sur le plan du parallélogramme par l'axe du cylindre HFKI, de laquelle projection on verra dans la pratique l'usage qu'on peut faire.

Nous remarquerons seulement ici que si l'on prend plusieurs de ces points de projection de suite, on aura une courbe LZE qui sera l'axe courbe de l'ellipsimbre.

Cette préparation étant faite, on peut décrire l'ellipsimbre sur les deux surfaces concaves ou convexes de la sphere & du cylindre.

Premiérement sur le cylindre, ayant tiré une parallele à l'axe, par où l'on voudra, par exemple, ici HI, on y portera de suite les intervalles des tranches e3; 3,2; 2,1, & 1L, par lesquels on tracera autant de cercles (par le probl. 2, ch. 1.), sur lesquels on portera les arcs trouvés, comme 3.x sur le cercle, passant par le point 1.y sur le cercle, passant par le point 1, ainsi des intermédiaires, passant par les points 2, *Fig.* 132.

& plus s'il y en a; & par ces points, on tracera la courbe demandée LZE, qui sera une ellipsimbre sur la surface du cylindre.

De la même maniere on commencera par tracer sur la sphere un cercle majeur, par le probl. 1, ch. 1, & ensuite trois mineurs par les points donnés à l'arc LB aux interfections de cet arc, avec les droites 3.6, 2.5, 1.4, sur lesquels on prendra les arcs $6.x$ & $4.y$, que nous représentons ici décrits à part, pour les distinguer de leurs diametres, qui sont des lignes droites, & par les points p, z, q, où ces arcs se terminent, on tracera une courbe, qui sera la même que l'on a décrit sur le cylindre.

On auroit pu opérer différemment pour venir à la même fin, en faisant les tranches des sections planes parallélement à l'axe du cylindre, au lieu de les faire perpendiculaires à cet axe: alors elles auroient été des parallélogrammes dans le cylindre, mais toujours des cercles dans la sphere: ainsi les points d'intersections n'auroient point été trouvés par celles de deux arcs de cercles, mais d'une ligne droite qui auroit été le côté du cylindre avec un cercle mineur de la sphere; ce qui n'est pas difficile à concevoir, mais où l'on trouve peu d'avantage pour la facilité de la pratique,

parce qu'il ne faut pas moins tracer d'arcs de cercles sur la ſphere, & autant de parallélogrammes dans le cylindre.

Il eſt facile d'appercevoir dans cette premiere conſtruction, où les tranches ſont perpendiculaires à l'axe du cylindre, que l'on ne peut repréſenter les arcs des deux corps coupés par le même plan, ſans les décrire en deſſus ou en deſſous de leurs diametres, parce qu'étant ſuppoſés perpendiculaires au plan du papier, il faut les relever par la penſée, comme étant en l'air, ſur un plan qui lui eſt perpendiculaire, à moins que de les ſuppoſer applatis par la projection, & alors la ſuite des points de leurs interſections, forme une ligne courbe qui va du point E au point L à l'autre extrêmité de la ſection, laquelle eſt l'axe courbe de l'ellipſimbre, auquel ſont appliquées les mêmes ordonnées de l'ellipſe plane, faite par la ſection oblique du cylindre.

USAGE.

Cette propoſition fait voir la maniere de former des lunettes dans une voûte ſphérique, comme un dôme, dont les impoſtes ſont plus baſſes que les vîtraux, ſoit que ces lunettes ſoient faites pour des vîtraux ceintrés ſur des jambages ou pieds droits à plomb, ſoit qu'ils ſoient totalement circu-

laires, comme ce qu'on appelle des yeux de beuf.

Nous avons parlé des ellipsimbres formées par les intersections des cylindres entr'eux, ensuite des cylindres avec les spheres, il nous reste à parler de celles qui résultent d'un cylindre qui pénetre un cône.

PROBLEME V.

La position d'un cylindre dans un cône qu'il pénetre étant donnée, décrire sur leurs surfaces concaves ou convexes, l'ellipsimbre formée par la rencontre de ces surfaces.

Quoique ce problême contienne plusieurs cas, ils peuvent tous être réduits à notre méthode générale de couper les deux corps en tranches paralleles entr'elles, par des plans disposés dans des situations qui produisent dans l'un & l'autre des sections faciles à tracer, comme sont les cercles & les ellipses, évitant, autant qu'il sera possible, celles qui produisent des paraboles & des hyperboles : les cas qui se présentent des positions relatives de ces deux corps qui se pénetrent, sont, 1°. lorsque les deux axes du cône & du cylindre sont paralleles entr'eux.

Alors la position la plus convenable des tranches paralleles, est de les faire perpen-

diculaires aux deux axes, parce que les plans coupans font dans l'un & dans l'autre des sections circulaires, dont les centres sont donnés sur les axes, & les rayons par les côtés du cône ou du cylindre qu'ils coupent; les intersections de ces cercles du cône & du cylindre donnent les points de l'ellipsimbre, comme nous venons de le dire du cylindre qui pénetre la sphere.

Soit ASB le triangle par l'axe du cône qui est pénétré par un cylindre, dont le parallélogramme par l'axe est DHFG; il coupera le triangle par l'axe du cône aux points E & L, qui seront communs aux deux surfaces du cône & du cylindre. Ayant mené par ces points de rencontre des perpendiculaires aux axes Ef & Ll, on divisera l'intervalle EL en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points à la moitié de l'ellipsimbre, comme ici en cinq aux points e, 3, 2, 1, L, par lesquels on menera des paralleles à Ef, qui couperont l'axe du cône en o, & celui du cylindre en n, où seront les centres des cercles de ces tranches, dont les rayons sont donnés en nE pour le cylindre qui sont constans, & en of & ol pour le cône où ils sont variables à chaque tranche, augmentant toujours du sommet à la base: ces cercles se couperont en des points, comme x & y, qui Fig. 133.

feront au contour de l'ellipfimbre, defquels tirant des perpendiculaires à leurs diametres, on aura des points P & *p* qui en donnent la projection dans le plan du parallélogramme, par l'axe DHFG.

fig. 134. *Second cas.* Lorfque les axes font inclinés entr'eux, comme à la figure 134, il eft vifible qu'en fuivant la même conftruction, il n'y aura de différence avec le précédent, qu'en ce que faifant les tranches perpendiculaires à l'axe SC du cône, elles feront dans le cylindre des ellipfes, dont les grands axes font donnés en EP, & leurs paralleles: ainfi l'interfection du contour de ces tranches fera celle d'un cercle dans le cône, & d'une ellipfe dans le cylindre, dont les centres & les diametres font donnés à chaque tranche; & comme toutes les ellipfes font conftantes dans le cylindre, il fuffit d'en tracer une feule, & d'y rapporter les différens arcs de cercle du cône, en obfervant les différens intervalles des centres de ces deux figures qui fe rapprochent comme les axes. Et fi l'on fait des perpendiculaires fur les diametres, tirées par les points d'interfections, on aura pour projection de l'ellipfimbre une courbe E*x*L, qui fera l'axe courbe de cette ligne d'interfection à double courbure.

Troifieme cas. Lorfque les axes du cône



& du cylindre ſont perpendiculaires entr'eux, il y a deux manieres de diſpoſer les tranches paralleles, ou perpendiculairement à l'axe du cône, ou perpendiculairement à l'axe du cylindre.

Dans la premiere poſition, la ſection des plans paralleles eſt toujours un cercle de grandeur variable dans le cône, & un parallélogramme de largeur variable dans le cylindre.

Les centres de ces cercles ſont donnés ſur l'axe du cône, & leurs rayons par leur diſtance au côté ſur chaque parallele; les largeurs des parallélogrammes que font les ſections des mêmes plans parallélement à l'axe du cylindre, ſont donnés par les ordonnées au cercle de la baſe du cylindre: ainſi on peut trouver tous les points de la courbe cherchée, par l'interſection d'un cercle & d'une ligne droite. *Fig.* 135.

Si au contraire on faiſoit paſſer les plans des tranches parallélement à l'axe du cône, il eſt clair qu'ils formeroient des hyperboles dans le cône, & des cercles dans le cylindre: ainſi les interſections ſeroient un peu plus difficiles à trouver, d'une hyperbole avec un cercle, que d'un cercle & d'une ligne droite.

Il peut arriver un quatrieme cas, où les axes du cône & du cylindre ne ſe rencon-

trent pas, quoiqu'ils ſe croiſent : mais il eſt facile d'y pourvoir par un profil qui détermine leur diſtance & leur inclinaiſon mutuelle, & enſuite on dirigera les tranches à l'égard de l'un ou de l'autre des axes, comme nous avons fait dans les cas précédens, pour avoir des ſections de tranches circulaires ou elliptiques, ou en parallélogrammes.

Ces préparations étant tracées ſur une ſurface plane, il n'eſt plus queſtion que de porter les arcs, les côtés & les meſures ſur les ſurfaces courbes de ces corps, ſoit concaves ou convexes, comme nous l'avons fait dans les problêmes précédens, en y traçant des lignes droites pour ſervir de côté déterminé ſur le cône ou ſur le cylindre, & des arcs de cercles ou d'ellipſes perpendiculaires à ces côtés, ſur leſquels on portera les arcs trouvés dans la préparation, ſoit en prenant leurs cordes, ſi c'eſt dans une ſurface concave, ſoit en prenant leur développement par petites parties, s'il s'agit d'une grande ſurface convexe, ou avec compas à branches courbes, ſi l'objet eſt petit.

Ainſi ſuppoſant qu'il s'agiſſe de tracer ellipſimbre formée dans le troiſieme cas.

Ayant tracé ſur la ſurface du cône donné par un point V, pris à volonté, une ligne



droite V*s* pour côté du cône & milieu de l'ellipſimbre, on y portera du ſommet la diſtance SE qui donnera l'extrêmité du grand axe, & enſuite la longueur E L pour celle du même axe, qu'on diviſera en autant de parties égales qu'à la préparation : par exemple, ici en quatre, par leſquelles du ſommet S, comme centre, ou plutôt comme pole, on tracera les cercles 3, 6; 2, 5; 1, 4; ce qui ſe fait très-facilement avec un cordeau, dont un bout eſt fixé en S; enſuite on portera à droite & à gauche de la ligne E L les arcs de cercle, dont les ordonnées de la baſe du cylindre ſont les ſinus droits, qu'il faut chercher par une figure faite exprès à part ſur une ſurface plane, en décrivant des cercles, dont les rayons ſeront pris ſur la figure de préparation dans le triangle par l'axe, en *op*, *o*P, *oq*, dans leſquels on inſcrira, comme des ſinus perpendiculaires ſur ces rayons, les ordonnées de la baſe *rm*, *r*M, *rt*, en tirant des paralleles à ces rayons de l'intervalle de ces ordonnées qui couperont ces arcs en *u*, *v*, V; puis on tirera à droite & à gauche de la ligne du milieu E L les arcs *up*, *v*P, V*q*, ſçavoir *up* de 3 en *x*, *v*P de 2 en *y*, V*q* de 1 en *z*; & par les points E, *x*, *y*, *z*, L, on tracera la moitié de l'ellipſimbre ſur la ſurface concave ou convexe du *Fig. 133.*

cône, répétant les mêmes mesures de l'autre côté de E L pour l'avoir toute entiere.

Il reste à présent à tracer la même courbe sur la surface du cylindre.

Ayant fait les mêmes préparations dans la figure 133, on tirera des perpendiculaires $u z$, $v z$, $V z$ sur les prolongemens des ordonnées correspondantes de la base, pour avoir la projection de la section commune.

Cela posé, ayant tracé sur la surface du cylindre autant de paralleles à l'axe, qu'on a pris de points au contour de la base, comme ici cinq E, *m*, M, *t*, *l* pour une moitié, & décrit un cercle comme D *f* H, qui les coupe toutes à angle droit pour servir d'un terme, d'où l'on commence à compter la longueur de chacune, on portera successivement sur ces paralleles toutes les longueurs du profil de la figure 133, jusqu'à la rencontre de l'axe courbe 5 *z l*, comme E 5 de la fig. 133 en D *e* de la figure X, *p z* en *f g*, &c. de part & d'autre de D *e*, pour avoir en même tems la courbe tracée sur la partie opposée du cylindre, qu'on ne peut représenter dans cette figure.

Fig. X.

CHAPITRE I.

Des interſections des corps ronds qui ne ſe pénetrent pas de toute leur épaiſſeur.

IL eſt aſſez clair que ſi les corps ronds, dont nous parlons, ne ſe pénetrent que dans une partie de leur épaiſſeur, les courbes de leurs interſections ne ſeront pas complettes : mais il en réſulte qu'au lieu d'une, il y en a en quelque façon deux portions qui ſe trouvent liées enſemble par un contour arrondi : c'eſt pourquoi nous leur donnons le nom de *compoſées*.

La maniere générale que nous venons d'établir pour trouver les contours des ſimples, nous ſervira auſſi à décrire les compoſées, en coupant par tranches paralleles entr'elles, les deuxcorps qui ſe pénetrent en partie, comme nous allons en montrer l'application.

PROBLEME I.

Décrire ſur une ſurface concave ou convexe, l'ellipſimbre compoſée, qui réſulte de l'interſection de deux cylindres qui ſe croiſent, dont l'un ne pénetre l'autre que d'une partie du contour de ſa ſurface.

Soit ABED la ſection par l'axe d'un *Fig. 136.*

petit cylindre à l'égard d'un plus grand BGCF, qu'il croiſe & qu'il pénetre à angle droit, mais non pas de toute l'épaiſſeur de ſon contour : enſorte que ſuppoſant que la ligne Ii ſoit tangente au cercle de la baſe du grand FBGE, il reſte encore l'intervalle de deux fois l'arc Ai de la baſe du petit, hors de la ſurface du grand ; dans la partie la plus ſerrée de la ſection compoſée, qui eſt en f M g.

On diviſera le demi-cercle de la baſe du petit cylindre AHB en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au quart de la circonférence de l'ellipſimbre composé, qui doit terminer l'interſection des deux ſurfaces du grand & du petit cylindre, comme ici en huit aux points A1, 2, 3, H, 4, 5, 6, B, par leſquels on menera ſur la ſurface du même des paralleles à l'axe ; ou, ce qui eſt la même choſe, au côté AD, qui couperont les arcs BF & EF de la baſe aux points b, c, d, e, f, par leſquels on menera des paralleles à la ligne BA prolongées indéfiniment vers S, hors de la figure, où l'on ſe propoſe de repréſenter en élévation la courbe compoſée de l'interſection des ſurfaces des deux cylindres : ainſi SA repréſentera le côté ſupérieur du grand cylindre, dont on ne voit que la baſe à la premiere figure, SD l'inférieur, & FX le milieu.

Sur

Sur la ligne ch, provenant du rayon du petit cylindre HI, prolongé jusqu'à l'arc EF qu'il rencontre en c, on prendra un point m à volonté pour le milieu de la section, duquel on portera sur ch de droite & de gauche le demi-diametre IH de m en h & en o, de même du point d provenant du point 4 du demi-cercle AHB, ayant tiré une parallele à AS, qui coupera mk en u, on portera de part & d'autre de ce point l'ordonnée $4p$ de u en q & en Q; continuant de même à porter les ordonnées suivantes, provenant des points 5 & 6 sur les lignes paralleles, tirées des points e, f, g.

On reprendra de même jusqu'à la ligne du milieu FX, où l'on portera de part & d'autre du point M l'ordonnée au point 2 du demi-cercle AHB, pour y marquer d'un côté le point l, & de l'autre le point g, qui déterminent l'intervalle lg, où la courbe est la plus resserrée, supposant que la ligne $2t$ soit une tangente au cercle BFE; ce qui produira pour la moitié de l'élévation de la courbe projettée sur un plan vertical le contour $fhqiQog$, qui doit être répété au dessous en lkg, comme la figure le montre plus sensiblement que ne peut faire le discours.

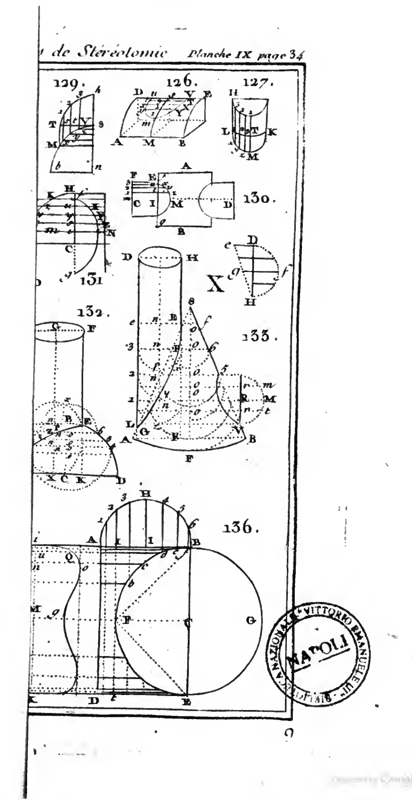
Ces deux figures, l'une de profil & l'autre d'élévation, étant tracées sur une sur-

face plane, il ne fera pas difficile de tracer la courbe d'interfection des furfaces fur le grand & fur le petit cylindre, en commençant par tracer fur l'une & l'autre beaucoup de paralleles à leurs axes, dont les intervalles feront pour le grand cylindre ceux des arcs F*b*, *bc*, *cd*, *de*, &c; & fur le petit, l'intervalle des arcs A 1, 1, 2, 2, 3, 3 H, &c.

Puis ayant tracé fur la furface du grand un cercle qui les coupe toutes à angle droit, repréfenté ici par la ligne droite *iMky*, on portera fur chacune des paralleles les mêmes ordonnées au diametre AB de la bafe du petit cylindre, qu'on a porté fur l'élévation de part & d'autre du cercle perpendiculaire aux paralleles à l'axe, & l'on aura le contour courbe demandé, en traçant d'un point à l'autre une ligne courbe à la main, qui fera d'autant plus exacte, que le nombre des points trouvés à fon contour fera grand.

On en ufera de même pour tracer la courbe fur la furface du petit cylindre, fur laquelle le même contour fe trouvera profilé avec tant d'exactitude, qu'étant appliqués l'un fur l'autre, ils conviendront parfaitement.

Nous ne pouflerons pas plus loin la théorie & la defcription des fections des corps ronds, cylindriques, coniques, & fphéri-


129.
126.
127.
130.
131
132.
133.
136.

ques, formés par l'interſection des ſurfaces de ceux qui ſe pénétrent mutuellement ; ce que nous en avons dit eſt très-ſuffiſant pour un Livre élémentaire, qui ne doit être qu'une introduction à la *pratique de la coupe des pierres*, qui eſt notre unique but.

Ceux qui voudront s'inſtruire plus amplement, trouveront de quoi ſe ſatisfaire dans notre Traité de Stéréotomie.

Nous allons paſſer aux moyens de repréſenter les diviſions des corps ſolides, auxquels nous comparons les voûtes de toutes les eſpeces uſitées, pour donner à chacune de leurs parties, appellées vouſſoirs, la configuration néceſſaire pour qu'elles concourent à la formation du tout ; ce genre de deſſein & de repréſentation, s'appelle l'*épure*, qui eſt le préparatif immédiat pour l'exécution des voûtes.



CINQUIEME PARTIE.

De la représentation d'un corps solide sur une surface plane.

NOUS avons traité au premier Livre de la formation & des propriétés des lignes courbes qui résultent de la section des corps, dont les surfaces sont coupées par des plans, ou pénétrés par des solides ;

Dans le second, de l'art de décrire ces courbes sur des surfaces planes, lorsqu'il est possible, ou sur des surfaces concaves ou con vexes, lorsqu'elles sont à double courbure.

Il nous reste à chercher les moyens de représenter sur un plan les parties solides provenues de ces sections, d'une maniere à pouvoir y trouver les dimensions de leurs surfaces, & les ouvertures des angles qu'elles font entr'elles, pour en former la figure dans une masse de pierre brute, ou de bois ; car il s'agit de la tailler avec une telle précision, que ces surfaces planes & courbes, jointes aux pieces contiguës, concourent à la formation d'un tout, dont elles doivent être des parties régulieres. Ce genre de dessein s'appelle en terme de l'art, le *trait* ou l'*épure*.

Ici nous quittons en quelque façon la théorie générale de la section des corps pour descendre à *l'introduction de la pratique de la coupe des pierres.*

§.

Des différens moyens qu'on a imaginés pour représenter un solide sur une surface plane.

Il est évident, pour peu qu'on y fasse attention, qu'on ne peut représenter exactement & dans toutes ses mesures un corps de figure quelconque sur un plan, qui n'est susceptible que de deux dimensions, longueur & largeur : il en faut trois pour un solide, qui a de plus la hauteur, l'épaisseur, ou la profondeur : car c'est cette troisieme qui constitue la différence essentielle d'un plan à un solide.

On a donc été obligé de représenter un corps solide par parties, lorsqu'on a eu besoin d'en conserver les dimensions, ou d'altérer une des trois, ou de les altérer toutes.

Lorsqu'on a eu une attention particuliere aux distances horizontales, on a applati la hauteur par la projection, dont nous avons parlé au Livre précédent ; ensorte que la hauteur d'une ligne verticale a été réduite à un seul point, & un plan vertical à une seule ligne, dont on n'a tiré

d'autre avantage que de marquer à quelle diſtance les baſes particulieres des hauteurs ſont les angles, ou du contour d'une trace horizontale de tout le corps, parce que la premiere opération d'architecture, pour édifier, eſt de mettre les fondemens de niveau.

Cette deſcription s'appelle, en terme de l'Art, le *plan horizontal*, & en terme de ſcience, tiré du Grec, l'*ichnographie.* Nous nous ſervirons ordinairement de celui de *projection horizontale*, pour éviter les expreſſions impropres, comme de dire le *plan d'un point*, ou le *plan d'une ligne*, ou la cacophonie d'un même mot, répété en différens ſens, comme le *plan d'un plan*, pour dire la projection d'une ſurface plane.

Cette premiere eſpece de repréſentation ne ſervant de rien pour exprimer les hauteurs, on en a imaginé une pareille ſur un *plan vertical*, qui applatit les longueurs horizontales par une projection ſemblable à la précédente, dont elle ne differe que de poſition à l'égard de l'horizon : cette ſeconde eſpece de repréſentation s'appelle en terme de l'Art différemment, ſuivant les circonſtances.

Si le corps projetté verticalement eſt ſuppoſé coupé par ſa moindre largeur, elle s'appelle *profil* ; ſi elle exprime l'intérieur,

ſuivant la longueur, elle s'appelle *coupe*, & en terme de ſcience, *ortographie*; ſi le corps eſt vu extérieurement, on l'appelle *élévation*.

Comme les corps ſont enveloppés de pluſieurs ſurfaces de différentes inclinaiſons, celles qui ne ſont ni horizontales ni verticales, ne peuvent être repréſentées exactement par les manieres précédentes, où une de leurs dimenſions eſt raccourcie par la projection.

On a imaginé une troiſieme ſorte de deſſein, qui eſt un arrangement contigu de toutes les ſurfaces dont il eſt enveloppé, placées les unes à côté des autres; on l'appelle le *développement*, & en terme de ſcience, *épipédographie*.

Enfin comme aucune de ces manieres ne repréſente les ouvertures des angles que font entr'elles ces ſurfaces, il a fallu chercher un moyen de les déterminer par le ſecours des inſtrumens à deux branches mobiles, qui s'ouvrent & ſe ferment, qu'on appelle *biveaux*, du mot Latin *bivium*, chemin fourchu, qu'on fait ſervir à toutes ſortes d'angles rectilignes, curvilignes, ou mixtes, en courbant leurs branches, comme il eſt néceſſaire; j'appelle cet Art la *goniographie*, deſcription des angles.

Nous ne parlerons point d'une cinquieme

maniere de repréſenter les corps comme nos yeux les apperçoivent, pour en copier l'image d'après nature, parce qu'elle en altere toutes les dimenſions ; les parties égales, poſées à des diſtances inégales, deviennent inégales entr'elles, par l'apparence ; la raiſon en eſt tirée de l'optique, parce que les objets égaux, vus de près, ſont apperçus ſous un angle plus grand que lorſqu'ils ſont vus de loin. Cette ſorte de repréſentation, qu'on appelle *perſpective* ou *ſcénographie*, devient, par cette raiſon, inutile à un art, où il faut des meſures préciſes de l'objet qu'on doit repréſenter pour en faire la figure exacte. Elle ſert ſeulement aux peintres, & particuliérement à ceux qui doivent exprimer dans leurs tableaux quelques corps ou parties d'architecture.

De la projection horizontale (en terme de l'Art) *du plan horizontal.*

La ſituation des corps qu'on veut repréſenter, conſidérée à l'égard de l'horizon, c'eſt-à-dire *du niveau* reſpectif de leurs ſurfaces & de leurs angles, décide totalement de la figure qui réſulte de leur poſition *projettée.*

1°. Toutes les ſurfaces planes qui ſont paralleles au plan de projection, ſuppoſé

de niveau, y ſont exactement repréſentées dans leurs meſures ; mais dès qu'elles ſont inclinées, elles n'y ſont plus ſemblables : un quarré, par exemple, y paroît ſouvent une *lozange* ; un cercle devient une ellipſe, ainſi de bien d'autres figures ; delà viennent des repréſentations d'un même corps tout-à-fait différentes, & méconnoiſſables à ſurprendre : un cube, par exemple, poſé à plat, a pour projection un quarré égal à celui ſur lequel il eſt poſé, & à ſon parallele ſupérieur, les quatre autres qui l'enveloppent ne ſont repréſentés que par des lignes, parce qu'ils ſont verticaux & perpendiculaires au plan de projection ; mais ſi le cube eſt poſé ſur la pointe d'un de ſes angles ſolides, perpendiculaire à l'axe qu'on ſuppoſe paſſer diagonalement à ſon angle ſupérieur oppoſé, ſa projection horizontale ſera un *exagone*, & même ſa projection verticale, s'il eſt en même poſition à l'égard d'un plan vertical ; parce qu'il ne préſente à ce plan que des ſurfaces qui lui ſont inclinées, & à l'horizon, ſçavoir trois en deſſus & trois en deſſous, qui ſont des quarrés projettés en *lozanges* contiguës ABDC, DCFE, FCAG, dont les trois angles ACF, ACD, DCF, en ſont néceſſairement de 120 degrés chacun, qui ſont le tiers de 360, leſquels ſont égaux à leurs

fig. 137 Pl. X.
X. Voyez la pl. X.
fig. 138.

opposés en B, E, G, qui sont ceux de l'exagone.

2°. D'où il suit qu'une telle projection n'a pu servir qu'à donner les distances horizontales des diagonales de ces quarrés *ad*, *dc* & *ca*, & celles des trois autres quarrés opposés en dessous, comme *ge*, *ei* & *ig*.

Cependant, avant toutes choses, il faut commencer par tracer le plan horizontal du corps qu'on se propose d'édifier, qui est ordinairement (suivant notre objet) une voûte d'une figure déterminée, relativement à l'usage auquel on la destine; & comme on ne peut pas la faire d'une piece, on la divise en petites parties, qu'on appelle voussoirs, qui doivent concourir chacun en particulier à l'édifier correctement & solidement : c'est sur cette division & représentation de chacune de ces petites parties, que nous allons nous exercer dans ce troisieme livre; surquoi on ne peut s'énoncer, pour être entendu, sans convenir auparavant de la signification des termes de l'art, usités chez les Architectes.

Ainsi pour entrer dans la pratique de la *coupe des pierres*, il faut s'instruire des noms que l'usage y a consacrés, dont nous avons mis un recueil, en forme de dictionnaire, à la fin de ce livre d'Elémens, pour ne pas

interrompre le fil des inſtructions circonſtanciées, afin qu'on y ait recours, lorſqu'il s'en trouvera dans le diſcours qu'on n'entendra pas; cependant nous ne pouvons nous diſpenſer d'en expliquer ici quelques-uns des plus fréquemment uſités qui ont différentes ſignifications; tel eſt le mot de *cintre*; lorſqu'il s'agit d'appareil, il ſignifie la courbe de ſection tranſverſale d'une voûte, laquelle eſt ordinairement une moitié, ou une portion de cercle ou d'ellipſe; mais lorſqu'il eſt queſtion de charpente, c'eſt le modele de bois & l'appui ſur lequel on poſe les *rangs* de vouſſoirs pour les ſoutenir, juſqu'à ce que la clef étant miſe, ils ſe ſoutiennent d'eux-mêmes.

Les diviſions de ces rangs s'appellent *lits* en joints, qui ſont ordinairement en ligne droite dans les berceaux droits, & courbes dans les *tournans* & voûtes *ſphériques*; les diviſions de ces *rangs*, ſuivant leur direction, s'appellent *joins de tête* ou *de doele*, leſquels ſont des portions des ceintres, parconſéquent courbes. La différence de ceux-ci eſt que leur alignement ne doit pas être continu, mais interrompu par les rangs contigus qui avancent plus ou moins pour faire la *liaiſon*, au lieu que ces joints de lit doivent être continués d'alignement droit ou circulaire, ſuivant leurs

directions. Comme toutes ces lignes de joints de lit & de doele sont en l'air séparées à des distances inégales, considérées horizontalement & verticalement, on en trouve les différences de hauteur par les sinus droits des arcs ou leurs parties, & leur surplomb, ou avancés les unes sur les autres par les sinus verses; ce qu'on appelle en terme de l'art, les *à-plomb* & les *retombées*. Ainsi BP *sinus* droit de l'arc AB, est un à-plomb, & AP sinus verse, la *retombée*; d'où résulte une exacte connoissance de la position & inclinaison de la corde AB, qu'on appelle la *doele platte*, laquelle sert de préparation à la doele courbe ADB, en ce qu'elle détermine l'intervalle des deux joints de lit de dessus & de dessous; par une sorte de trigonométrie méchanique, qui donne l'hypothénuse AB du triangle rectangle ABP, en mesurant la hauteur du joint supérieur, & l'intervalle de la projection horizontale de ces deux joints.

Il est donc de nécessité indispensable de faire la projection des divisions des lignes courbes du ceintre d'une voûte; mais comme ces courbes peuvent infiniment varier entre le cercle & l'ellipse plus ou moins alongée ou applatie, lesquelles sont presque les seuls ceintres usités, & que les sections transversales, qui ne sont pas paral-

leles entr'elles, deviennent inégales relativement à leur différence de position, il faut en examiner la dépendance relative.

Des différences respectives des ceintres.

Lorsqu'il y a quelque obliquité dans une voûte, comme dans un berceau qu'on appelle *biais*, c'est-à-dire dont la direction n'est pas perpendiculaire à la face, d'entrée ou de sortie, ou à aucune des deux, il peut y avoir à cette seule voûte trois sortes de ceintres différents, sçavoir AHB au bout le moins oblique, FGE à son opposé, qui l'est plus, & DRO qui est perpendiculaire à l'axe CX, qui exprime sa direction. Or supposant que l'Architecte qui doit la construire, se détermine à une courbe pour le ceintre d'une de ces trois positions, il est évident qu'*il n'est plus le maître du contour des deux autres*, si la voûte doit être exactement cylindrique, sans irrégularité; car s'il fait celui du milieu DRO en demi-cercle, il fait un demi-cylindre *droit* dont les autres sections sont des ellipses plus ou moins alongées dans le rapport des diametres AB & EF, qui sont leurs grands axes, déterminés par l'obliquité, & dont le demi-petit axe est égal au rayon de l'arc *droit* IR. Puisque HG est parallele à CX, les clefs devant être à même hauteur, ou *fig. 139.*

distance de l'axe CX ; ce qui constitue, sur les faces, deux ceintres plus & moins surbaissés.

Mais si, par quelque raison, on fait un des ceintres des bouts, par exemple AHB, circulaire, les deux autres seront elliptiques, DRO surmonté, parce que AB est plus grand que DO, & FE surbaissé, parce que FE est plus grand que AB, par la supposition.

D'où il suit qu'avant que de faire aucune projection, il faut se déterminer au choix du ceintre d'où doivent dépendre les courbures des autres ; ce ceintre s'appelle, par cette raison, le *primitif*, & les autres les *secondaires*.

Les motifs de ce choix peuvent être différents ; si l'on a en vue la plus grande régularité de la concavité, ou *doele* de la voûte, on doit choisir le ceintre perpendiculaire à sa direction ; on l'appelle par cette raison *l'arc droit*, en ce que son plan est *droit*, c'est-à-dire perpendiculaire à tous les joints de lit ; mais si quelqu'une des extrêmités du berceau est apparente, on peut se déterminer à faire son contour circulaire ; quelquefois aussi l'assujettissement de la hauteur de la clef d'une voûte, engage à choisir un ceintre surmonté ou surbaissé.

De l'Arc Droit.

Tout ceintre de quelque courbure que ſoit ſon contour, dont le plan eſt perpendiculaire à la direction d'une voûte cylindrique, ou à la tangente d'une annulaire, comme un berceau tournant, eſt appellé l'*arc droit.*

Par la même raiſon, celui qui eſt perpendiculaire à la tangente d'une ſurface concave ou convexe tournant annulairement ou circulairement, comme à une naiſſance de ſphere ou de ſphéroïde, doit être appellé ſon *arc droit*; parce que la perpendiculaire à cette tangente fait avec l'arc qu'elle coupe deux angles, de part & d'autre du point d'attouchement, qui ſont infiniment peu différens de l'angle droit, l'angle de la tangente avec la courbe étant infiniment aigu.

D'où il ſuit que tout cercle majeur dans une ſphere peut-être appellé un *arc droit.*

Dans un ſphéroïde fait par la révolution d'une demi-ellipſe ſur un des axes, tous les arcs qui paſſent par l'axe de révolution, ſont des *arcs droits.*

Mais dans un ellipſoïde, dont la ſection perpendiculaire à l'axe eſt une ellipſe, il n'y a que deux *arcs droits*, ſçavoir ceux qui paſſent par les axes de l'ellipſe tranſ-

versale, & celui de l'ellipsoïde, parce que les autres plans qui sont perpendiculaires à une tangente de cette ellipse transversale, hors des axes, ne passent point par l'axe de l'ellipsoïde.

Il suit de cette définition, qu'il ne peut y avoir d'*arc droit* dans une voûte conique, parce que les côtés du cône étant convergens, il ne peut y avoir de surface plane transversale qui soit perpendiculaire à tous, mais à un seul d'entr'eux; car le triangle par l'axe ne peut être appellé un arc droit, puisque ses côtés sont rectilignes.

Par la même raison, l'*arc droit* d'un berceau en *descente* ne peut être parallele à une face verticale; ce qui mérite attention en bien des rencontres.

USAGE.

La propriété de l'*arc droit* est de déterminer l'exacte figure de la concavité de la doële de part & d'autre de ce ceintre, dont le plan, c'est-à-dire la surface plane dans laquelle il est, étant à angle droit sur sa direction, sera perpendiculaire à tous les joints de lit qui sont les côtés du cylindre, & les arêtes des voussoirs seront les sommets des angles mixtes infiniment peu différens des droits; ce qui est nécessaire, comme nous l'avons dit, pour la solidité de

de la construction, & l'égalité de la résistance des pierres taillées sur le même modele d'ouverture de ces angles mixtes, qu'on peut estimer comme *droits;* ces modeles sont des instrumens appellés *biveaux*, dont nous parlerons dans la suite de cet Ouvrage.

Regles du dessein de l'épure, concernant le plan ou la projection horizontale.

I.

Dans toutes les voûtes où le ceintre de face & l'arc droit sont inégaux, il faut commencer par se déterminer au choix de celui des deux auquel on doit avoir plus d'attention pour en faire le ceintre primitif.

On a donné ci-devant la raison de cette regle, lorsqu'on a parlé de la dépendance mutuelle des ceintres respectifs, différens dans une même voûte biaise par ses faces. On peut ajouter ici que dans les berceaux en descente, le rapport de l'*arc droit* au ceintre de face est tout différent. Si l'on fait le ceintre de face circulaire, l'arc droit devient surbaissé; parce que le diametre de l'un & de l'autre étant égaux en largeur, & en situation horizontale, les demi-diametres de hauteur, quoique dans un même

plan vertical, ne sont pas paralleles entr'eux, mais convergens du côté de l'axe auquel celui de face CH est oblique, par conséquent plus grand que celui de l'*arc droit* OD; parce que faisant C*d* parallele à
Fig. 140. OD, C*d* est à CH, comme le côté d'un triangle rectangle est à son hypoténuse.

D'où il suit que les considérations de convenance pour la beauté de l'arc de face, sont encore assujetties à la hauteur d'une montée à donner à l'arc droit. Si on faisoit celui-ci circulaire, il en résulteroit un ceintre de face de descente surmonté, lequel, si la voûte étoit extradossée, occasionneroit ou une irrégularité dans la doele, ou une difformité à la clef, ou le bandeau seroit de largeur inégale depuis les impostes, ou elle seroit plus petite qu'à la clef, comme nous l'avons démontré des ellipses *asymptotiques*, formées par la section oblique d'un cylindre creux d'égale épaisseur; de sorte qu'il faudroit plier la suite de la surface de l'extrados pour retrancher cet excès de largeur.

On verra ci-après que lorsque les murs sont en talud, il importe fort de se déterminer au choix du ceintre primitif, parce que, si l'on veut faire une ouverture circulaire, on ne peut en faire la projection sur une ligne droite, elle devient elliptique,

fort alongée, ſelon que le talud eſt plus ou moins couché. Cette détermination eſt encore plus importante, ſi l'on veut faire une porte cylindrique dans une tour ronde, concave ou convexe; car alors le ceintre de face apparente devient une courbe à double courbure qui eſt un *cicloïmbre*, ſi la tour eſt ſans talud, mais un *ellipſoïdimbre*, ſi la tour eſt en talud, & la direction de l'axe de la baie de la porte oblique, comme on l'a démontré dans le premier Livre.

SECONDE REGLE.

Diviſer le ceintre primitif en autant de parties égales, au moins de part & d'autre du milieu, qu'on voudra avoir de rangs de vouſſoirs & réguliérement en nombre impair.

S'il s'agiſſoit d'opérer géométriquement, cette diviſion en parties égales entre elles & en nombre impair, ſeroit ſouvent impoſſible, lorſqu'elle dépend de la triſection d'un angle : mais cette grande préciſion étant inutile dans l'art de l'Appareil des voûtes, on la fait en tâtonnant.

La raiſon de cette imparité eſt qu'il faut laiſſer au milieu un rang de vouſſoirs également appuyés ſur ſes collatéraux de droite & de gauche, qu'on appelle la *clef*, il n'y a qu'un cas où on n'obſerve pas cette regle

générale, c'eſt dans l'appareil d'une voûte ſphérique établie ſur un quarré, où il ſe trouve un joint au milieu des pans, comme on le verra lorſqu'on parlera de cette eſpece de voûte.

Il faut encore excepter de cette regle de diviſion de vouſſoirs en nombre impair, les arcs *rampans* qui ont plus de vouſſoirs d'un côté que de l'autre, mais cependant dont le ſommet doit être occupé par une clef qui s'appuye de même, également de part & d'autre.

TROISIEME REGLE.

Diviſer les arcs extérieurs & intérieurs du ceintre primitif qui comprennent l'épaiſſeur de la voûte en parties proportionnelles, par des perpendiculaires à ces arcs aux points de leurs diviſions, pour régler l'inclinaiſon de leurs jonts de tête, & par conſéquent les lits des vouſſoirs dont ils terminent les ſurfaces.

Cette direction des diviſions eſt toute naturelle dans les têtes des voûtes cylindriques, parce qu'il ne s'agit que de tirer par les points de l'arc extérieur ou intérieur des lignes tendant au centre, qui ſont les rayons du cercle de la baſe du cylindre, parce que le rayon eſt toujours perpendiculaire ſur tous les arcs concentriques, par

conséquent il les divise proportionnellement.

Mais si ces ceintres sont elliptiques, comme il arrive dans les cas où leur plan est oblique à l'axe, cette division proportionnelle des arcs de l'extrados & de la doele, n'est pas si facile; par deux raisons: la premiere que la ligne tirée du centre d'une ellipse à sa circonférence, ne tombe perpendiculairement sur l'arc que dans les seuls quatre points où se terminent ses deux axes; ailleurs cette ligne fait deux angles inégaux avec la tangente, un aigu d'un côté & un obtus de l'autre, ce qui est contre la regle que nous avons établie pour la solidité des angles des arêtes des voussoirs.

La seconde, c'est que nous avons démontré que la section plane oblique à l'axe d'un cylindre creux, d'égale épaisseur, fait deux ellipses; une à l'arête intérieure, l'autre à l'extérieure, qui ne sont point équidistantes, par conséquent point paralleles entre elles; d'où il résulte que la ligne qui est perpendiculaire à un de ses arcs, par exemple à l'extérieur, ne peut l'être à l'intérieur opposé; de sorte qu'ils ne peuvent être coupés proportionnellement par une seule ligne droite.

Pour obvier au premier inconvénient, il ne faut pas tirer les joints du centre de l'el-

lipse, mais mener par le point de division une tangente à cette courbe, comme nous l'avons dit au second Livre & tirer une perpendiculaire à cette tangente par le point donné ; elle sera perpendiculaire à l'arc, par la raison que nous en avons donné, que la tangente fait un angle infiniment petit avec la courbe au point de son attouchement; de sorte qu'à ce point on peut considérer la tangente & l'arc comme confondus; en ce cas l'opération est parfaite & géométrique.

Mais lorsque le joint doit couper deux ellipses, comme les arrêtes de la doele & de l'extrados, il est impossible d'opérer aussi parfaitement, par la raison que nous venons d'alléguer: alors il suffit, pour la justesse apparente de l'opération, de tirer le joint au milieu de l'épaisseur ; car les courbes de l'arrête de doele & celles d'extrados n'étant pas paralleles, leurs tangentes ne le seront pas, mais elles feront un angle entre elles; & si l'on suppose une troisieme ellipse passant par leur milieu, elle sera touchée par une tangente qui fera encore un angle avec les deux autres perpendiculaires, qui sera moyen, je veux dire plus grand que l'un, & plus petit que l'autre ; ce qui suffit pour satisfaire l'œil.

Ceux qui font les ceintres surmontés ou

ſurbaiſſés en ovale, compoſée d'arcs de cercles, qu'on appelle chez les ouvriers *anſe de panier*, ne trouvent point cette difficulté de tirer les joints perpendiculairement à la courbe, parce que les arcs de cercles étant concentriques, le joint tiré, part d'un centre commun, & ſe trouve perpendiculaire à l'arc intérieur tout comme à l'extérieur, puiſqu'ils ſont paralleles entre eux.

Mais ils tombent dans un autre défaut que perſonne, que je ſçache, n'a relevé; c'eſt que les ſections obliques d'un cylindre, d'épaiſſeur uniforme, étant plus larges vers le grand axe que vers le petit, comme nous l'avons démontré au Chap. III, Partie I, on ne peut rendre les contours des ar êtes extérieures & intérieures paralleles entre deux, ſans altérer l'épaiſſeur de la voûte, ou en la diminuant vers la clef, ou en l'épaiſſiſſant vers les impoſtes; ce qui eſt évidemment contre la régularité. C'eſt delà que ſont venus les erreurs groſſieres des Auteurs des Traités de la coupe des Pierres dans les traits des voûtes ellipſoïdes, c'eſt-à-dire ſurhauſſées ou ſurbaiſſées ſur un plan ovale, comme nous l'avons démontré dans notre ſecond tome, au quatrieme livre de Stéréotomie.

Or puiſque de tels ceintres *d'anſe de pa-*

nier ont de fausses imitations de l'ellipse, il suit que les joints de tête tirés des centres des portions d'arcs de cercles ne peuvent avoir la même direction que ceux d'un *arc droit* circulaire; par conséquent les surfaces des lits ne seront plus planes, mais courbes, de cette courbure qu'on appelle *gauche*, parce que les côtés opposés de leurs surfaces ne sont pas paralleles, au moins dans leur projection, où leurs courbes se croisent.

La raison de la regle qui prescrit des divisions proportionnelles & perpendiculairement aux tangentes, est fondée sur ce que les lits des voussoirs étant également inclinés à l'horizon, l'impulsion de la pesanteur sur les côtés est uniforme de part & d'autre, & par conséquent fait le même effort sur les pieds droits, qui en empêchent l'écartement, s'ils sont de force suffisante, relativement à la charge & à leur hauteur.

Secondement, parce que les angles des arêtes étant égaux entre eux, & également pressés, la pierre n'est pas plus sujette à casser au lit de dessus qu'au lit de dessous; inconvénient qu'on voit arriver aux clavaux des plattes-bandes, lorsqu'on ne corrige pas la nécessité qu'il y a de faire les angles des arêtes de suite d'ouverture iné-

gales, l'un aigu, l'autre obtus, par un pli du joint.

QUATRIEME REGLE.

Abaiſſer des perpendiculaires de chacun des points de diviſions de l'arc extérieur, & de l'intérieur ſur le diametre commun prolongé, s'il le faut, pour en avoir la projection ſur une ligne droite.

Soit AB le diametre commun des contours du ceintre à l'extrados AHB, & à la doele ou intrados DIE. Fig. 141.

Ayant divifé ces contours proportionnellement, comme on vient de le dire, on abaiſſera des perpendiculaires des points 1, 2, 3 de l'extrados, qui couperont le diametre aux points *a*, *b*, *d*, leſquels ſeront leurs projections. On en uſera de même pour l'intrados aux points 4, 5, 6, qui donneront pour leurs projections *b*, *c*, *e*, parce que dans cette figure la perpendiculaire 2 *b* paſſe par hazard ſur le point 4; de ſorte que le point *b* repréſente les deux de l'extrados 2, & de l'intrados 4.

On a remarqué ci-devant que ſi la tête, ou face d'entrée de la voûte eſt en talud ou en ſurplomb, la projection de ſes diviſions en vouſſoirs ne peut ſe faire ſur ſon diametre, ni ſur aucune ligne droite, mais

au contour d'une ellipse plus ou moins arrondie, suivant le plus ou moins d'inclinaison du plan de cette face.

La raison de cette opération est qu'elle fournit un moyen de trouver les distances horizontales A*a*, *ab*, *bc*, *de* d'un triangle rectangle vertical, dont chaque perpendiculaire est la hauteur & dont l'hypoténuse est la corde de l'arc du ceintre, laquelle est ainsi déterminée à plus ou moins d'inclinaison, suivant le rapport des deux jambes qui comprennent l'angle droit; ce qui donne le surplomb des doeles de chaque rang de voussoir, soit en somme, soit en particulier; & de plus l'inclinaison des joints de lits; car si de la hauteur de l'extrados *a* 1, on ôte celle de la doele 4. *b*, on aura la différence *f* 4, qui est la hauteur d'un autre triangle rectangle vertical *f* 1 4, dont tous les côtés sont connus, & par conséquent l'angle *f* 4 1, qui est celui de l'inclinaison de la surface du lit 1 4; car $f4 = ab$, donne à la projection *f* 1, différence des hauteurs trouvées, & 1, 4 est la largeur du lit de dessus du premier voussoir, & l'angle obtus 1 : 4 : *b*, qui est celui de l'àplomb & du lit, est le supplément à deux droits de l'angle *f*. 1.4 = 1. 4. 2 son alterne.

Cette regle de pratique est la fondamentale

de toutes les projections ; on la trouvera répetée à chaque *trait* de la Coupe des Pierres.

Il faut ſeulement remarquer que, quoique les lignes ne ſoient pas àplomb ou de niveau, les unes à l'égard des autres, il ſuffit qu'elles ſoient mutuellement perpendiculaires, pour donner les mêmes réſultats de projection; ainſi on peut, pour la commodité du papier, ou de la ſurface deſtinée à tracer l'epure, faire le trait ſans niveau, ni àplomb, mais ſeulement avec une équerre en ſituation quelconque.

CINQUIEME REGLE.

Mener par les points de projection des diviſions des ceintres des lignes paralleles à la direction de la voûte, ſoit qu'elle ſoit droite, ſoit qu'elle ſoit courbe tournante, ſi les voûtes ſont de largeur uniforme, ou concourant à un même point, ſi elles ſont de largeur inégale, comme les coniques entieres ou tronquées, pour exprimer ſur le plan horizontal la poſition relative des joints de lit.

Cette opération eſt fort ſimple & facile dans les voûtes droites, comme les berceaux où il ne s'agit que de tirer des paralleles à ſon axe, c'eſt-à-dire à la ligne du milieu, ou à un des côtés.

S'il s'agit d'une voûte en berceau tournant, ces lignes paralleles seront des cercles concentriques : s'il s'agit d'une voûte sphérique, ce sera encore la même chose si les lits sont par rangs de niveau.

Mais si ces rangs sont inclinés ou verticaux, comme lorsqu'on fait des *voûtes sphériques fermées en polygone quelconque*, les projections deviennent différentes du cercle ; ce sont ou des ellipses pour les inclinés, ou des lignes droites pour ceux qui sont dans un plan vertical, comme aux niches sphériques appareillées en éventail, ou aux sphériques entieres, dont les pôles sont à l'imposte.

Quant à la derniere espece de voûtes, qui sont les coniques, telles sont les *trompes*, ou des berceaux resserrés, suivant leur direction en cônes tronqués, comme celui de l'escalier du Vatican à Rome, il n'est pas aisé d'en tracer la direction, parce que le point de concours des joints de lit est fort loin au delà de l'extrêmité de la voûte, auquel cas il faut chercher cette direction convergente par une pratique de Géométrie qu'on trouvera dans le Problême suivant.

PROBLEME I.

Par un point donné auprès de deux lignes convergentes, en tirer une troisieme qui tende au même sommet de l'angle, qu'elles feroient si elles étoient prolongées jusqu'au point de leur concours.

Soient données les lignes AB, CE inclinées entre elles & le point D, entre les deux, comme à la fig. 142, ou au dehors, comme à la seconde 143. On tirera, à volonté, par ce point, une ligne ADC ou DAC, qui coupe les deux lignes données en A & C, à laquelle on menera une parallele BE prolongée au dehors, s'il le faut, & à telle distance qu'on voudra de la premiere : on tirera ensuite les diagonales AE, BC par les points où cette parallele coupe les lignes données qui se croiseront en H. Du point D par H on tirera l'indéfinie DG qui coupera BE en G, si l'on transporte la longueur GE de B en X, la ligne DX sera celle que l'on cherche. *Fig. 143.*

La démonstration en est simple à cause des triangles semblables ADH, EGH; on aura AD : EG comme AH. EH, par la même raison des triangles semblables ACH, EBH; on aura AH : EH :: AC : BE; donc AD : EG=BX :: AC : BE. Ce qu'il falloit démontrer.

La raiſon de la regle dont il s'agit, eſt que les vouſſoirs qui, pour la ſolidité, doivent être couchés ſuivant la direction de la voûte, doivent y être alignés par rangs uniformes dans leur largeur, ou diminuer proportionnellement, afin que le nombre ſoit le même à un bout qu'à l'autre, ſi le berceau ſe rétrecit.

Lorſque les joints des lits ſont de niveau, on trouve leur meſure ſur la projection horizontale, ce qui eſt fort commode pour l'appareil; mais s'ils ſont inclinés comme dans les berceaux en deſcente, ou dans les voûtes coniques, cette projection ne ſert qu'à fournir une baſe au triangle rectangle, dont l'hypoténuſe détermine leur véritable longueur; ce que nous expliquerons en parlant du profil.

Il ſuit de cette regle que les joints de lits doivent être continués en ligne droite, d'un bout à l'autre de la voûte; ce qui conſtitue une différence de ces joints à ceux des têtes ou de doele qui ſont tranſverſaux, leſquels ſont continuellement interrompus pour la liaiſon qui eſt obſervée pour la ſolidité: cependant j'ai vu un exemple du contraire à une arche de l'ancien pont d'Avignon, ſur le Rhône, dont les joints de doële étoient continués en déliaiſon alignée parallélement en ceintres,

en quatre parties; enſorte qu'il paroiſſoit compoſé de quatre arcades indépendantes les unes des autres, quoique de même hauteur, dont une pouvoit s'affaiſſer & même tomber ſans entraîner les autres : ce qui ne peut arriver dans une voûte où l'on obſerve les liaiſons ſuivant l'uſage ordinaire.

Les lignes de projection des diviſions du ceintre doivent être premiérement faites ſur l'arc intérieur de la doele, où les joints ſont apparens; cela n'empêche pas qu'on ne doive en faire de ſemblables à l'arc extérieur ou extrados, ſi l'on veut faire la voûte d'épaiſſeur uniforme, comme l'on voit dans la fig. 141 ; ce qui donne auſſi des lignes paralleles à la direction, par conſéquent à celles de la doele qui le ſont à la même.

COROLLAIRE.

D'où il réſulte que les ſurfaces des lits ſont toujours des ſurfaces planes, puiſqu'elles doivent néceſſairement paſſer par deux lignes paralleles entr'elles (par la 7e prop. du 11e liv. d'Eucl.) ; ce qui arriveroit encore ſi la voûte avoit plus d'épaiſſeur vers les reins, que vers la clef.

Et parce que les projections de joints de lit des voûtes courbes ſuivant leur direction, comme les voûtes ſphériques, & cel-

les ſur le noyau, ſont auſſi entre deux arcs de cercles paralleles & concentriques; il ſuit que les ſurfaces des lits qui ſont concaves & convexes, ſont des portions de zones, de cônes, ou de conoïdes, parce que la direction du lit de la doele à l'extrados eſt une ligne droite, leſquelle zones doivent auſſi être de largeur uniforme, ſi les rangs des lits ſont en ſituation de niveau, c'eſt-à-dire, dans un plan horizontal.

COROLLAIRE II.

Par une ſuite de la comparaiſon de la projection des joints de lit de la doele & de l'extrados, on voit au contraire qu'il eſt des cas où les lits doivent être des ſurfaces *gauches*, ce qui eſt contre la regle générale de l'appareil des berceaux cylindriques, & des coniques tronqués : un de ces cas eſt lorſque le berceau eſt de différens ceintres d'un bout à l'autre; par exemple, une deſcente dont le bas eſt en plein ceintre, & le bout du haut eſt ſurbaiſſé ou ſurmonté; quoique ces deux ceintres ſoient paralleles entr'eux, c'eſt-à-dire, dans des plans paralleles, parce qu'alors les projections des joints de lit ne ſont plus paralleles, les ceintres oppoſés n'étant pas diviſés proportionnellement, quoiqu'en même nombre de vouſſoirs, parce qu'on les ſuppoſe de

courbes

courbes différentes, où le rayon du cercle qui fait le joint de tête, ne peut-être perpendiculaire ailleurs qu'aux axes du contour du ceintre elliptique; ce que l'on reconnoîtra mieux dans les regles du profil & de l'élévation auxquelles nous allons passer.

CHAPITRE I.

De la projection sur un plan vertical, en termes de l'art.

Du profil & de l'élevation.

ON a vu, dans le chapitre précédent; que de la seule projection horizontale on ne pouvoit tirer, tout au plus, que deux mesures d'un corps qu'on veut représenter; sçavoir, la longueur & la largeur horizontale : il faut donc avoir recours à une seconde projection, semblable dans sa construction, mais tournée différemment à l'égard de l'horizon, pour exprimer la hauteur & la largeur qui lui est relative, & qui peut varier dans son élévation, parce que dans la précédente projection on n'a pu en exprimer que la base; telle est, par exemple, celle d'une pyramide; & même ces deux représentations, jointes ensemble, ne

peuvent pas toujours fournir toutes les mesures nécessaires à la formation du corps qu'on se propose de former, ou tirer d'un plus grand, soit en taillant une pierre ou du bois, ou en y ajoutant, comme lorsqu'on modele avec de la terre, ou du plâtre.

Pour montrer l'insuffisance d'une seule projection, il suffit de faire remarquer que les corps différens ont souvent des projections égales, soit horizontalement, soit verticalement, (car l'une & l'autre ne différent que de situation & de nom), ainsi un cube, un parallélepipede rectangle, une pyramide sur sa base, ou renversée sur sa pointe, ont également un quarré pour projection.

Voyez la Pl. 11. pag. 41.

Voyez les Figur. au commencement de la Pl. 10.

Une sphere, un cône sur sa base, ou renversé sur sa pointe, un cylindre entier ou tronqué obliquement, & une vis ont également un cercle pour projection; un anneau, une vis en hélice, ou une colonne torse fort évuidée, ont également une couronne de cercle pour projection; ainsi on peut s'y tromper si l'on n'y joint une autre projection perpendiculaire au plan de la premiere, c'est-à-dire, que si l'un est horizontal, l'autre doit être vertical pour exprimer celle des trois dimensions du solide qui manquoit à la premiere représen-

tation. Ces deux projections étant jointes ensemble, comme on voit à la planche 11, on en connoît ordinairement les trois mesures, longueur, largeur & hauteur; les unes dans ce qu'on appelle le plan, & les autres dans le profil ou élévation.

Cependant ces deux représentations, jointes ensemble, ne suffisent pas encore pour donner une pleine connoissance de la figure & des dimensions de la plûpart des corps; car s'ils sont compris dans des surfaces inclinées, ou courbes, les mêmes projections horizontales & verticales peuvent provenir de corps de figures différentes, comme un triangle peut également représenter un cône & une pyramide, un parallélogramme peut être également la projection d'un cylindre, d'un prisme quadrangulaire ou triangulaire, ou de tout autre polygone & d'un voussoir compris par des surfaces partie planes, partie concaves & convexes : ainsi à deux projections horizontales & verticales, il en faut souvent ajouter une troisieme sur un plan vertical, tourné différemment à l'égard de l'horizon; par exemple, si l'un est tourné au nord ou au sud, un autre tourné à l'est ou à l'ouest, c'est-à-dire, au levant ou au couchant; encore arrive-t'il souvent que ces différentes représentations ne donnent

pas toutes les mesures des surfaces qu'on cherche, comme lorsqu'elles sont inclinées à tous ces différens plans de projection ; tel est un cube posé en équilibre sur un de ses angles, aucune de nos projections ne fourniroit la mesure de son côté sans une opération particuliere sur sa diagonale qui seroit la seule dimension donnée. Cependant comme en Architecture toutes les opérations se réduisent à celles de niveler & de plomber, après avoir donné des regles pour la premiere, qui est le plan, il convient d'en donner pour la seconde, concernant les élévations & les profils.

Premiere regle de projection verticale d'élévation ou profil.

Un ceintre AHB supposé en situation verticale étant donné avec ses divisions en nombre de voussoirs, il faut élever sur l'extrêmité du diametre AB une verticale BV, à laquelle on menera des perpendiculaires par les points de division 1, 2, 3, & par le sommet H, qui couperont cette verticale aux points B, 4, 5, 6, V.

Fig. 141.

Cette opération est si semblable à celle de la projection horizontale qu'elle n'a pas besoin d'explication, puisqu'elle ne differe que dans la position des lignes, en changeant l'à-plomb pour le niveau, ce qu'on

apperçoit en tournant la figure ſur le côté, comme ſi l'on vouloit faire la projection de l'arc convexe H 2 B, ſur la ligne BV tangente à cet arc, au lieu que pour le plan elle ſe fait ſur le rayon CB, oppoſé à ſa concavité.

D'où il réſulte un effet tout contraire; car la projection ſe reſſerre ici de plus en plus depuis le point B au ſommet H; en ſorte que V 6 eſt le plus petit intervalle, & dans la projection horizontale, PC, provenant du même arc H 3, eſt le plus grand.

Où il faut remarquer qu'il n'eſt pas de l'eſſence du profil que la ligne de projection BV ſoit verticale : elle peut être inclinée à l'horizontale CB, comme lorſque la face d'un berceau eſt en talud; mais il faut que la ligne de profil inclinée comme BT ſoit dans un plan vertical, répondant à la ligne du milieu CH, qui eſt le rayon vertical du berceau : alors la circonférence du ceintre qui provient de cette projection n'eſt plus un cercle comme le primitif AHB, mais une *ellipſe ſurmontée*, parce que la ligne du milieu BT eſt plus grande que CH, parce qu'elle eſt inclinée entre les deux paralleles horizontales HT, CB.

Si au contraire on vouloit que le ceintre en talud fût circulaire, il en réſulteroit que le ceintre AHB deviendroit ſurbaiſſé, &

le diametre AB plus grand qu'il n'étoit, ou le rayon BT plus petit de la longueur KT; d'où l'on connoît la néceſſité de ſe déterminer à un ceintre primitif, comme nous l'avons dit à la premiere regle de projection; car ſi on veut faire le ceintre en talud circulaire, il faut reporter ſur la ligne BT, toutes les diviſions de projection de la ligne B V, par des arcs de cercles tirés du point B pour centre, comme VK, 6.9, 5.8, 4.7, pour avoir les diviſions du ceintre en talud B, 7, 8, 9, K, qui donnent des à-plombs plus petits, ces points étant plus bas que les points V, 6, 5, 4; d'où il réſulte que, quoique la face du berceau ſoit circulaire, l'*arc droit* ſera ſurbaiſſé au dedans.

La raiſon de cette opération eſt toute ſimple; elle ſert à trouver la troiſieme dimenſion qui eſt la *hauteur* du corps, dont la projection horizontale n'avoit pu donner que la longueur & la largeur.

COROLLAIRE ET USAGE

Sur les relations néceſſaires du profil avec le plan.

C'eſt de ce profil, comme d'une préparation néceſſaire que l'on tire la maniere de faire les projections de faces inclinées au

plan horizontal, dont nous n'avons pu parler dans l'Article précédent, avant qu'il fût présupposé, parce que les demi-cercles inclinés à l'horizon ont pour projection des ellipses plus ou moins arrondies, suivant le plus ou moins d'inclinaison du plan dans lequel est le ceintre primitif d'un berceau, qu'on suppose ordinairement être une courbe donnée dans un plan vertical, & le plus souvent un demi-cercle divisé en ses voussoirs, comme A H B aux points 1, 2, 3, H d'un côté de la clef, & autant de l'autre, à même hauteur correspondante. *Fig.* 141.

Or représentant le plan du ceintre vertical par la ligne V B, elle en sera le profil, & les points 4, 5, 6, V, où cette ligne est coupée par les horizontales 3.6, 2.5, 1.4, représenteront en profil les divisions 1, 2, 3, de même hauteur au dessus du diametre A B, avec lequel la ligne B T, fait l'angle obtus, donné A B T du plan incliné, & l'angle V B T aigu avec un plan vertical. C'est de celui-ci pour terme que l'on mesure les écartemens des points correspondans des hauteurs des divisions du ceintre primitif 1, 2, 3, H, sur les horizontales H T & suivantes, sçavoir V T, 6 K, 5 *k*, 4 *i*, qui sont autant d'ordonnées à l'axe E D de l'ellipse à faire, si le berceau est droit,

c'est-à-dire dont la face AHB est perpendiculaire à la direction de son axe CM. Ainsi en portant ces distances sur les projections des joints de lits correspondans, sçavoir VT en M*t*, 6K en *o*L, 5*k* en *pk*, 4*i* en *qi*, on tracera la demi-ellipse par les points *t*LKIE d'un côté de la clef *t* & *t*D, de même de l'autre, parce que dans ce cas ED est le grand axe, & M*t* la moitié du petit ; mais si le berceau est oblique, comme un demi-cylindre scalene, les axes ne sont plus donnés; comme si le plan
fig. 144. horizontal étoit *ab*FG ; les deux quarts de l'ellipse F*t* & G*t* ne seront plus semblables : le premier sera plus couché que le second, parce que les deux diametres trouvés ne sont pas des axes, mais les diametres conjugés dont il n'y a que le grand FG donné ; la moitié du conjugé est bien donnée de position au plan horizontal en X*m* sur l'axe, mais sa longueur ne l'est
Fig. 141. pas; il faut la chercher en faisant sur AE, prolongée une perpendiculaire *au*, sur laquelle on portera de suite les écartemens du talud VT en *u*R, 6K en 3R, 5*k* en 2R, 4*i* en 1R, & par les points. 1, 2, 3 V, on tirera des paralleles *a*FG, qui couperont les projections horizontales de l'axe & des joints de lit aux points *xyz* d'un côté, & SYZ de l'autre, par lesquels

on tracera la demi-ellipſe F*t*G que l'on cherche.

La raiſon de cette différence de projections conſiſte en ce que, quand on meſure le talud, on le prend toujours quarrément, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à un plan vertical ſuppoſé paſſer par le diametre horizontal; ainſi les projections obliques ſont plus longues que les perpendiculaires dans le rapport de X*t* à M*t*. Au reſte on voit que les opérations du profil n'ont pour but que de trouver la troiſieme dimenſion des corps, qui eſt la hauteur.

SECONDE REGLE.

Lorſque pluſieurs berceaux de différentes directions aboutiſſent les uns aux autres, & que la projection verticale du ceintre primitif eſt faite ſuivant la regle précédente, il faut *mener par les points de diviſion du profil donné, des lignes paralleles à chacune des directions des différens berceaux juſqu'à la diagonale de l'angle que font les deux directions contiguës, ſur laquelle elles donneront des points de nouvelles diviſions, par leſquels on reproduira d'autres paralleles à la direction du berceau contigu.* *Fig. 145.*

Soit, par exemple, une entrée de berceaux de niveau CHDI, qui conduit à

un escalier voûté d'un berceau en descente IDEF, terminé par un autre sur un palier de niveau FEGK, qui détourne à droite ou à gauche; il s'agit de faire les profils de ces berceaux différens, supposés coupés par le milieu de leur hauteur, & tracer les contours des ceintres de leurs rencontres & de leurs *arcs-droits*, dont les demi-diametres sont donnés d'inégales hauteurs.
Fig. 145.

Ayant tracé une moitié du ceintre primitif avec ses divisions en voussoirs, comme ACH en 1, 2, 3; on menera par ces points de divisions des lignes paralleles à la direction CI, qui rencontreront la ligne de profil de la face CH aux points *e*, *f*, *g*, & la diagonale DI de l'angle de montée CIO aux points *d*, *d*, par lesquels on reproduira d'autres paralleles à la direction de montée IF, qui rencontreront la seconde diagonale EF aux points *r*, *u*, *x*, par lesquels on reproduira d'autres paralleles à la direction du palier FK, qui rencontreront la face du palier supérieur aux points G, *y*, *t*, *s*, qui donneront les hauteurs des divisions du ceintre de cette face, & si on prolonge au dehors indéfiniment ces paralleles, qu'on les fasse égales aux ordonnées du ceintre primitif; sçavoir, *s* 1 égale à 1 *e* du bas, *t* 2 égale à 2 *f*, & $y 3 = 3 g$ du bas, on aura le contour du ceintre du palier su-

périeur à moitié, en menant une courbe par les points trouvés G 3, 2, 1 *b*, qu'on suppose ici surbaissée, si l'on veut, suivant un demi-diametre donnée K G, plus petit que C H, supposant que le passage du palier supérieur fût assujetti à une moindre hauteur que celui du bas, comme il arrive assez ordinairement par l'inégalité des étages, dont les seconds sont moins hauts que les premiers.

Comme l'égalité ou l'inégalité de la concavité des berceaux qui aboutissent les uns aux autres, dépend de la position des diagonales I D F E des angles de leurs directions CIF, IFK, si l'on veut que la partie du berceau CHDI soit également concave que le suivant en montée IDEF, il faut diviser l'angle obtus CIF en deux, également par la diagonale I D, parce qu'alors la reproduction de la premiere parallele de sommité H D par le point de section D avec la diagonale D I sera D E, autant éloignée de l'imposte I F que H D l'est de CI; ce qui donne les demi-diametres des *arcs droits*, CH & RO égaux entre eux: mais si la diagonale est plus panchée d'un côté que de l'autre, comme EF dans l'angle DEG, & plus près de EG que de ED; alors la ligne de sommité DE parallele à IF, rencontrera plutôt la diagonale EL de

l'angle supérieur DEG, que celle de l'inférieur de l'imposte IFK qui est FZ de la distance des diagonales LE, FZ, qui partagent ces angles en deux également; d'où il résulte que l'intervalle des paralleles de sommité, à l'égard des impostes, donnent des demi-diametres *d'arcs droits*, OR & KG, inégaux & par conséquent que le ceintre supérieur est surbaissé, comme on le voit à la moitié KG*b*, quoique celui du berceau en descente soit circulaire comme ACH, parce que la largeur CA ou K*b* étant égale en haut & en bas, l'inégalité du ceintre tombe sur la différence de hauteur, laquelle étant moindre, rend la voûte du palier supérieur moins concave, quoique jointe exactement à la suivante en descente, qui est plus concave.

Il suit de cette observation, que pour faire le profil, il faut se donner la hauteur GK, & tirer la parallele de sommité GE jusqu'à la rencontre de celle DE qui est indécise vers E; & du point de leur rencontre en E, on tirera la diagonale EF de l'angle rentrant supérieur à l'angle saillant F de rencontre des impostes IF & FK, pour avoir les points de sections des lits en rampe *dr*, *du*, *dx*, avec cette diagonale en F, *r*, *u*, *x*, E, d'où l'on reproduira leur suite de niveau en FK, *rs*, *ut*, *xy*,

EG; ce qu'il falloit faire pour achever le profil de la ſuite des joints de lit qui doivent couper proportionnellement les diagonales DI & EF.

Par le moyen de ces points de diviſion on peut décrire tous les différens ceintres de ces berceaux; ſçavoir, ceux de face CH & GK, qui ſont auſſi les *arcs droits* des deux portions de berceau de niveau, l'*arc droit* RO du berceau en deſcente, & les deux arcs de rencontre de ces trois berceaux, dont les diagonales DI & EF ſont les demi-diametres diviſés proportionnellement aux autres.

Par ces points de diviſion on a toutes les abciſſes de ces différens cercles & ellipſes, & parce que la largeur eſt uniforme aux impoſtes; on a dans le ceintre primitif A 2 C, toutes les ordonnées qu'on doit appliquer perpendiculairement aux différens diametres donnés ſur les points des diviſions trouvés *d*, *d*, *d*, dans la premiere diagonale DI, *rux* dans la ſeconde, & *sty* dans l'arc de face ſupérieure, ou G*b*=AH, *s* 1=1 *e*, *t* 2=2 *f*, & *y* 3=3 *g*.

Par ces applications on formera le ceintre de rencontre DI, qui eſt celui de *l'arête en ſaillie*, que font les ſurfaces des deux doëles concaves, & celui de rencontre de la rampe & du niveau du palier,

dans l'angle *rentrant*, appellé *en arc de cloître*. Ainsi on décrira cinq ceintres de contours différens. 1°. Sur le demi-diametre CH primitif circulaire, si l'on veut. 2°. Sur le demi-diametre ID elliptique surmonté, parce que ID est plus grand que CH. 3°. Sur le demi-diametre OR perpendiculaire à IF, l'*arc droit* égal à CH circulaire. 4°. Sur le demi diametre FE surmonté, parce qu'il est plus grand que RO. 5°. Enfin sur le demi-diametre KG surbaissé, parce qu'il est plus petit que CH par la supposition.

SCHOLIE.

Si la rencontre de ces berceaux supposés en hauteur sur un plan vertical, étoit supposée sur un plan horizontal on opéreroit de même : il n'en résulteroit d'autre différence que celle que nous avons remarquée au commencement de ce Chapitre, que celle de la largeur des joints de lits qui s'élargiroient par la projection horizontale vers le sommet, au lieu que dans la verticale les mêmes se rétrecissent.

Des profils des berceaux à double obliquité horizontale & verticale.

Nous n'avons supposé jusqu'ici qu'une seule obliquité de direction, ou à l'égard du plan horizontal, appellé *biais*, en terme

de l'art, ou d'une obliquité à l'égard du plan vertical qu'on appelle *talud* ou *ſurplomb*; l'une couchée en arriere, l'autre en devant; ce qui arrive quand un berceau inférieur appuie le bout d'un incliné en deſcente.

Mais il eſt des obliquités compoſées de l'une & de l'autre qu'on ne peut exprimer ni dans le plan horizontal, ni dans le profil ſur aucun vertical, ſans raccourcir les meſures de l'un ou de l'autre, telles ſont celles du *biais* & *talud*, joints enſemble, ou de la *deſcente & du biais*; parce qu'alors le plan de deſcription étant parallele ou perpendiculaire à une des directions, ne peut l'être à l'égard de l'autre. On verra dans le 4ᵉ. livre de ma Stéréotomie comment on en fait le *trait* aux voûtes qui ſont dans pareil cas : mais comme nous voulons donner dans ces Élémens des regles générales de pratique, nous allons en établir pour ſimplifier cet objet qui eſt fort compoſé.

PROBLEME I.

Réduire toutes les différentes obliquités des berceaux, rassemblées en une, où l'on puisse trouver les mesures que l'on cherche par le profil, c'est-à-dire, le biais, talud & descente en un seul biais.

Ce Problême est la révélation du mystérieux secret de *Desargues*, qu'il a caché sous les noms impropres que l'on trouve dans le Livre de la *Coupe des Pierres* de son disciple *Bosse*, que personne n'avoit pu entendre, comme le dit *la Rue.*

Premiérement, si l'on fait abstraction du rapport qu'une obliquité peut avoir, étant comparée à un plan vertical ou horizontal, on conçoit sans peine qu'elle peut être exprimée par un seul profil, d'un cylindre coupé suivant son axe, par le grand axe de l'ellipse, qui en est la section oblique.

Mais s'il s'agit de comparer ce grand axe à des situations relatives à un plan vertical & à un plan horizontal, il peut arriver que n'étant parallele ni à l'un, ni à l'autre, son inclinaison participera plus ou moins de l'une que de l'autre, & pourra être exprimée sur chacun par une projection, qu'on appellera dans le plan horizontal *biais*, & dans

dans le vertical *talud* ou *surplomb*, *montée* ou *descente*.

Pour se débarrasser de l'idée de cette complication, il faut considérer une voûte comme un cylindre mobile coupé obliquement, que l'on tourneroit sur son axe; en sorte que l'ellipse de sa section oblique prenne différentes situations à l'égard des plans horizontaux & verticaux, auxquels on peut comparer son grand & petit axe. Soit AHBI cette ellipse dont AB est le grand axe, qui fait avec celui du cylindre CX deux angles inégaux, un obtus ACX d'un côté, & un aigu BCX de l'autre; le petit axe IH sera toujours perpendiculaire à celui du cylindre CX. Si après avoir supposé la section par l'axe ADEB dans un plan horizontal (dans laquelle situation ce cylindre représente un berceau *biais*), on le tourne sur son axe CX, d'un quart de révolution de B vers A, la moitié de l'ellipse HBI prendra la situation *ibh* où le demi axe CB s'incline dans un plan vertical suivant l'angle aigu BCX ou obtus ICX, qu'il faisoit avec l'axe du cylindre dans sa premiere situation horizontale, appellée *biais*, qui devient dans cette seconde celui d'une face en *talud*. *Fig. 146.*

Si au contraire on avoit tourné le cylindre sur son axe de A vers B, la moitié de

l'ellipſe HAI étant rangée dans un plan vertical, où étoit CH dans la premiere poſition, donnera une face en *ſurplomb*, faiſant avec le plan horizontal l'angle obtus XCA.

Enfin ſi, au lieu de faire un quart de révolution ſur ſon axe, le cylindre n'en fait que la moitié, qui eſt de 45 degrés, ou, ſi l'on veut, plus ou moins, il eſt clair que dans cette ſituation le grand axe de l'ellipſe ſera incliné au plan horizontal de deux façons en même temps, ſçavoir en *talud*, ou en *ſurplomb*, & plus ou moins en *biais* à l'égard de la direction de l'axe CX, ſelon que le demi-axe A*c* ou BC s'approchera ou s'éloignera de l'horizontale AB; en ſorte que s'il vient dans le plan vertical, le biais s'évanouira, il ne reſtera plus d'obliquité que celle du talud *bc*X, ou du ſurplomb ACX.

D'où il ſuit que toutes ces différentes dénominations ne ſont point intrinſeques à la figure du cylindre, mais relatives à ſa poſition à l'égard du niveau ou de l'à-plomb de l'axe & de la face; & qu'il n'y a que l'obliquité de la ſection elliptique qui ſoit une qualité permanente, laquelle étant une fois ſuppoſée d'une ouverture d'angle de l'axe du cylindre avec celui du grand axe de l'ellipſe, on connoîtra toujours la plus

grande obliquité d'un cylindre droit à l'égard du plan de la base désignée par l'angle que font entr'eux ces deux axes différens.

Il n'en est pas de même à l'égard de la base d'un cylindre *scalene* qui est circulaire, où tous les diametres sont égaux entr'eux; alors le problême se réduit à chercher un diametre de cette base, qui soit plus incliné que tout autre à l'axe oblique du cylindre, c'est-à-dire, qui fasse avec cet axe un angle plus aigu qu'aucun autre de ceux qu'on peut tirer par le centre du cercle; ce que l'on trouvera par la maniere suivante.

Soit A B F E le plan horizontal d'un berceau à double obliquité de *biais* & de *talud*, dont l'élévation du ceintre de face soit l'arc A S B, d'une courbe quelconque, circulaire ou elliptique; car on n'y considere que la surface sans s'embarrasser du contour, au centre duquel aboutit un axe CX oblique à la direction de son diametre horizontal AB de la distance PC. *Fig.* 147.

Fig. 147. On prendra ſur cet axe, à volonté, un point X, d'où l'on abaiſſera ſur AB la perpendiculaire XP, qui coupera ce diametre au point P, lequel ſera pris pour y déterminer le ſommet de l'angle du talud, donné par l'inclinaiſon de la ligne de ſon profil TP, faiſant avec ce diametre AB l'angle TPA ou ſon complément TPX; on prendra ſur cette même TP une longueur PT, égale à PX, & par le point T, on tirera T*t* parallele au diametre AB; parconſéquent perpendiculaire ſur XP qu'elle coupera au point *t*, par lequel & par le centre C, on tirera la ligne *t*CD, qu'on prolongera vers I, faiſant IC égal à CD, le diametre ID ſera celui que l'on cherche, qui forme avec l'axe CX l'angle de la plus grande obliquité du côté de D, & de la plus petite du côté de I, ſon oppoſé; ce que Deſargues appelloit la *ſous-eſſieu* (comme l'on dit en une autre rencontre la ſous-tangente), laquelle ID détermine la réunion des deux obliquités de biais & de talud,

que l'on cherche, pour en ſimplifier le trait de la coupe des pierres.

Explication démonſtrative.

On fera ſur *t* C D la perpendiculaire *t* H au point *t*, ſur laquelle on portera la longueur T *t* en *t* H, & par le point H, on tirera au centre C la ligne H C, qui formera l'angle H C *t*, qu'on doit conſidérer comme compoſé des deux différents de biais & de talud. *Fig.* 147.

Car ſi l'on fait tourner le triangle rectangle H C *t* ſur ſon côté *t* C, juſqu'à ce que ſon plan ſoit perpendiculaire à celui du berceau A B E F, & qu'en même tems on faſſe tourner auſſi le triangle T P *t* ſur ſon côté T P, les côtés de ces deux triangles T *t* & H *t*, qu'on a fait égaux par la conſtruction, ſe réuniront en une ligne droite verticalement ſur le point *t*, qui eſt dans le plan horizontal; enſorte que les ſommets T & H étant réunis, il ſe formera un triangle en l'air dont la projection eſt P *t* C, lequel eſt incliné au plan du berceau en H C repréſenté par *t* C,

Fig. 147. pour l'inclinaison du *biais*, & en TP, représenté par *t*P, pour celle du *talud*, d'où il suit qu'il est composé des deux; ce qu'il falloit trouver, puisque la surface de ce triangle incliné fait partie de la face d'entrée du berceau A S B.

On verra, par ce que nous dirons de l'obliquité des cônes & cylindres scalenes, que la ligne I D est celle de la plus grande inclinaison avec l'axe; mais on peut en concevoir la raison, relativement à la construction de la figure 147 dont il s'agit, par une supposition naturelle & très-simple, qui est que si la ligne ID passoit plus près ou plus loin des points A & B, il en résulteroit que les triangles H *t* C & T *t* P ne seroient plus rectangles en *t*, dans les mêmes suppositions d'égalité des lignes, faites égales; par conséquent ils ne seroient plus susceptibles de la rotation autour des côtés *t* P & *t* C; ensorte que les lignes T *t* & H *t* ne pourroient plus se réunir en une seule; auquel cas, le problême ne résoudroit plus la question, qu'il résout cependant par notre construction.

COROLLAIRE.

COROLLAIRE I.

De la connoiſſance de cet angle de plus grande obliquité H C *t*, il réſulte qu'on peut faire le profil d'un berceau affecté de deux & même de trois obliquités, comme de *biais*, de *talud*, & de *deſcente*, auſſi facilement que s'il n'en avoit qu'une, en tranſpoſant ſeulement les lignes horizontales & verticales à l'égard de la poſition relative des axes ou des impoſtes, & des diametres principaux.

Il eſt, par exemple, évident qu'une deſcente droite, dont le profil eſt le parallélogramme H *h* P R dans un plan vertical, peut être conſidérée comme la moitié du parallélogramme par l'axe R P d'un berceau ſimplement biais H *h* L K, poſé horizontalement ſans aucune altération de ſa figure intrinſeque, l'arc droit O I reſtant toujours le même en O *i*. *Fig.* 142.

Il n'eſt pas moins évident que le même profil du berceau en deſcente H *h* P R peut être couché tout entier ſur l'horizontale P A prolongée, en tournant ſur ſon point P immobile, où il prendra la ſituation S T P *r*, qui ſera alors le profil d'un berceau de niveau de même figure & grandeur, mais dont la face H R, qui étoit verticale, devient en ſurplomb en S *r*, ſui-

vant l'angle Srq égal à HRQ, l'angle HRP, son supplément à deux droits, ayant été transporté en SrP, sans aucune altération; par la même raison, la face hP du bout inférieur de la descente est devenu en talud en TP, suivant l'angle TPt égal à Srq de l'autre bout, sans aucune altération intrinseque, que dans sa projection horizontale, qui étoit ci-devant un parallélogramme rectiligne 1.2.4.5, & qui est devenu mixte, terminé par deux demi-ellipses, l'une concave 2.3.4, l'autre convexe 1.6.5.

Si à ces différences de position on ajoute celle du mouvement du cylindre autour de son axe, qui formera en même-tems du biais & du talud. On retombera dans le cas de la réduction des deux obliquités en une, dont nous venons de parler.

Fig. 149. La différence qui en résulte pour la pratique, c'est qu'au lieu de prendre la base horizontale de la face donnée pour celle de la projection des divisions du ceintre en ses voussoirs, on prendra le diametre trouvé par notre opération, marqué DI, sur lequel on abaissera des perpendiculaires par les points de ces divisions, ajoutant au dessous de la base AB l'arc Bd égal à AD: ainsi pour faire la projection des impostes A & B, on menera sur le diametre DI les

perpendiculaires A*a*, B*b* qui donneront ſur D I les points *a* & *b*, leſquels ne ſeront plus aux extrêmités du diametre de la baſe comme ils étoient auparavant.

Pour le concevoir, il n'y a qu'à relever par la penſée les arcs D A & B I, perpendiculairement ſur le diametre A B du plan horizontal, ou, ſi l'on veut encore, (ſuivant le cas) conſidéré comme vertical; car l'un donne la deſcente, l'autre le biais horizontal, & alors le point A tombera en *a*, & B en *b*; & le rayon A C perpendiculaire à l'axe C X, ſe réduit à un demidiametre *a* C plus court que A C.

D'où il ſuit, que ſi l'on tire D N parallele à C X, la ſection cylindrique DCXN ſera plus étroite que C A C X, & ſera biaiſe ſuivant l'angle D C X, au lieu que la précédente A C X étoit directe, c'eſt-à-dire à angle droit ſur ſon axe, quoique dans le même cylindre ſcalene : car nous avons dit que la ſection par l'axe dans un plan perpendiculaire à celui de la plus grande obliquité eſt la plus large de toutes, & à angle droit ſur le diametre de la baſe du cylindre ſcalene, qui croiſe perpendiculairement celui de la plus grande obliquité : cependant tous ces diametres de la baſe doivent être égaux entr'eux, puiſqu'on ſuppoſe le cylindre ſcalene : donc le diametre D I

ſera celui de la plus grande obliquité, ſur lequel la longueur *ab* repréſente celui de nulle obliquité, quoique raccourci par la projection.

Cependant il eſt clair que ſi par ces points *a* & *b* on mene des paralleles à l'axe CH, comme *a*N, *b*M, on retombera dans le cas ordinaire de la pratique de la fig. 147, ſuppoſant l'angle ARP de la fig. 148 égal à DCH de la précédente, ſoit que l'on réduiſe les deux obliquités au ſimple *biais* de niveau, ou à la ſimple deſcente; ce qui revient au même, en ſuppoſant le côté de l'impoſte à la clef, c'eſt-à-dire le profil pour le plan horizontal.

COROLLAIRE II.

Fig. 147. Puiſque cette conſtruction change l'angle XCA du premier *biais* en celui de DCF de la réduction, ou HC*a* de la fig. 149; la direction du côté AG ſuit le même ſort, étant tranſportée en *a*N, & les perpendiculaires au diametre DI, *a*A & *b*B, exprimeront les parties du demi-diametre de l'arc *droit*, paſſant par les joints de lit des impoſtes. Il en ſera de même pour tous les autres joints de lit; ce qui fait voir comment on peut revenir à la pratique du profil, expliqué à la fig. 141; ce qui eſt expoſé fort au long au 4ᵉ Livre

de ma Stéréotomie, page 191 de l'édition de Strasbourg, chap. 5.

COROLLAIRE III.

Il suit aussi de la même réduction, que si le diametre AB, qui étoit premiérement consideré comme horizontal, quoique dans un plan incliné, suivant sa longueur, est supposé dans un plan vertical, le diametre DI sera incliné à l'horizon, & réciproquement, si celui-ci est supposé horizontal, le diametre AB sera incliné, & la perpendiculaire HC au milieu de DI sera une verticale perpendiculaire à l'extrêmité de l'axe horizontal XC, quoique tous les autres diametres possibles lui soient inclinés; d'où il suit que quelque biaise que soit la voûte, il y aura toujours une tête de lit sans biais, & parfaitement à l'équerre, comme on va l'expliquer ci-après.

COROLLAIRE IV.

Il suit aussi que tous les angles des têtes des lits des voussoirs, compris entre *m* & D, seront obtus à la doële, & entre *m* & I seront aigus plus ou moins, selon qu'ils approcheront des extrêmités D ou I; ce qui doit s'entendre aussi des côtés opposés au dessous du diametre DI, parce que les côtés des cylindres étant paralleles à leurs Fig. 150.

axes, l'angle de chacun de ces côtés, avec un diametre donné, est égal à celui que fait l'axe avec ce même diametre, lequel étant oblique, fait d'un côté un angle aigu XCI, & de l'autre un angle obtus XCD.

COROLLAIRE V.

Puisque les angles que l'axe fait avec chacun des diametres du cercle de la base du cylindre, considéré comme la face d'un berceau biais, sont tous inégaux, il suit qu'on peut faire une infinité de profils différens d'un cylindre scalene, dans lesquels il paroîtra plus ou moins incliné au diametre de la base, depuis celui de la grande obliquité, jusqu'à celui qui lui est perpendiculaire au quart de la circonférence, lequel est celui de nulle obliquité *m* C; ensorte que le parallélogramme de la section longitudinale par l'axe & ce dernier demi-diametre C*m* est rectangle; & alors ce profil est à l'équerre, comme si le berceau étoit *droit*, sans aucun *biais* de direction à l'égard de la face.

Mais la section transversale, perpendiculaire à ce parallélogramme, est une ellipse, dont le petit axe est RI, qui est le
Fig. 140. diametre de l'arc *droit*, & dont le grand
fig. 150. axe est le double de CM = DI; par conséquent plus grand que celui de *l'arc droit*,

dans le rapport du plus ou moins de biais de l'axe à l'égard de la face du berceau; d'où il résulte que son ceintre circulaire sur la face est surmonté à la doële de plus en plus, jusqu'à ce qu'il ait pris la direction perpendiculaire à l'axe, ou son diametre à l'imposte est le plus court de tous; ce qui fait voir la diversité des profils que l'on peut faire d'une même voûte, suivant la ligne de section, par laquelle on la suppose coupée, & pourquoi, suivant les regles de projection horizontale des points extrêmes A & B d'un diametre en *a* & *b* d'un autre qui lui est incliné, le berceau se resserre à l'imposte des quantités D*a* & I*b*; ensorte que sa longueur se réduit à l'intervalle perpendiculaire *ab*, entre les deux directions de sa naissance égale à RI.

Différentes dénominations des voûtes cylindriques.

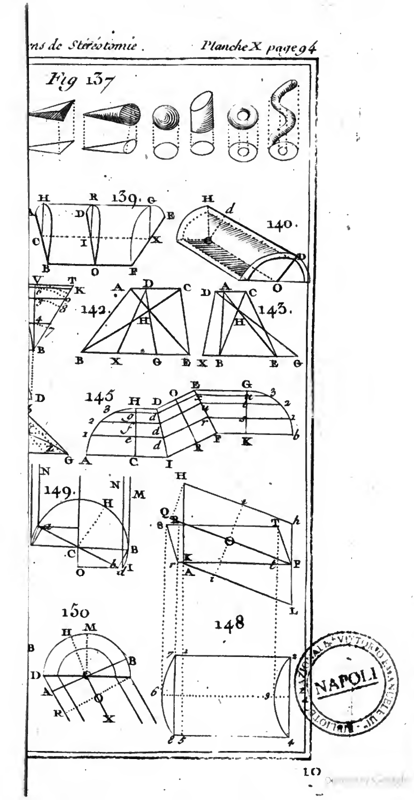
L'usage de cette observation est développé au 2ᵉ tome de ma Stéréotomie, ch. 5 du Livre IV, page 191 & suivantes, cité ci-devant, & appliqué à la pratique de toutes les obliquités possibles, réduites en une seule, quoique de huit dénominations différentes, sçavoir, deux inclinaisons opposées de la face, à l'égard d'un axe horizontal, l'une en *talud*, l'autre en *surplomb*,

deux de l'axe à l'égard d'une face verticale de *montée* & de *descente*, deux de face en talud à l'égard d'un axe incliné, *talud & descente*, *talud & montée*, deux de face en surplomb à l'égard d'un axe de pareille situation. La même réduction des obliquités triples se peut faire, en réduisant deux en une, & celle-ci avec la troisieme, *biais en descente & en talud*, *ou en surplomb*.

Des profils des voûtes coniques.

Puisque les joints de lit des voûtes coniques, qui sont aux côtés du cône, sont tous inclinés à l'horizon, excepté ceux des impostes, qui le sont aussi fort souvent; il est clair, par ce que nous avons dit ci-devant des projections, que ni l'horizontale ni la verticale ne peuvent en exprimer les mesures; mais les deux, jointes ensemble, fournissent les moyens de les trouver par une espece de trigonométrie, de triangles rectangles, dont elles sont les côtés, & les joints de lit leurs hypoténuses.

D'où il suit qu'il faut autant de profils particuliers qu'il y a de joints de lit, au moins d'un côté de la clef, qui peuvent être répétés de l'autre, si la direction du cône est perpendiculaire sur le diametre horizontal de la face, si les divisions en


Fig 137
139.
140.
142.
143.
145
149.
150
148

voussoirs sont symmétrisées, ou égales entr'elles de part & d'autre, les voûtes de cette figure s'appellent *trompes coniques* droites.

Soit AHB le ceintre de face d'une trompe ou voûte conique, on fera la projection horizontale des divisions de ses voussoirs, comme nous l'avons dit des faces cylindriques, sur le diametre de leur ceintre; *Fig.* 151. puis ayant élevé une perpendiculaire sur son milieu C, prolongée de part & d'autre, & déterminé la profondeur de la trompe en S, on tirera les lignes SA, SB, qui en acheveront le plan horizontal aux impostes, en y ajoutant l'épaisseur par des lignes doubles paralleles à la distance donnée, comme *a s*, *s b*. La même chose s'observera pour exprimer la doële & l'extrados du ceintre de face, dont on tirera les joints de tête au moins d'un côté de la clef, dirigés au centre C, comme 4 . 1, 5 . 2, 6 . 3, H*h*, milieu de la clef.

Pour faire le profil de cette voûte en projection géométrique, il faudroit tirer par les points 1, 2, 3, des horizontales 1 *e*, 2 *f*, 3 *g*; & de ces points mener au point *b*, supposant C *b*=*cs*, des lignes droites *eb*, *fb*, *gb*: mais aucune de ces lignes ne seroit dans sa véritable mesure, parce que toutes ces lignes étant projettées

ſur un vertical, ne ſont pas paralleles aux joints de lit de la trompe, qui lui ſont tous inclinés & différemment; ainſi elles ſont toutes raccourcies & inégalement, puiſqu'elles ſont toutes inégales; & cependant ſi la voûte eſt droite, c'eſt-à-dire, que ſon axe CS ſoit perpendiculaire à la face AHB, toutes ces lignes de joints de lit à la doële ſont égales à *sb*; car le cône étant droit, le trapeze *s*S, *b*B tournant ſur ſon côté *s*S, partie de l'axe SC, doit décrire en l'air le cône creux ASB.

D'où il ſuit que ce trapeze eſt le profil général de tous les lits de la trompe dans leur juſte meſure : mais ſi cette trompe étoit *biaiſe*, ou en talud, il faudroit que ce profil en trapeze fût continuellement raccourci à chaque lit, & les angles de la tête en *b* & B changeroient auſſi continuellement; de ſorte qu'il faudra un profil pour chacun, qui peut être placé où on le jugera à propos ſéparément, ou raſſemblé ſur une même ligne horizontale ou verticale, alongée ou raccourcie ſuivant le beſoin.

Faire

Faire le profil des divisions d'un cône scalene, (en termes de l'Art) *d'une trompe* biaise *ou en* talud, *ou qui soit l'un & l'autre.* Fig. 151

Nous avons dit ci-devant qu'à l'exception de la trompe droite, comme la précédente, il falloit un profil pour chaque joint de lit, soit à la doële, soit à l'extrados, parce qu'ils étoient tous inégaux, & inégalement inclinés à l'horizon; & qu'il étoit indifférent de les ranger séparément, comme l'on voudroit; cependant comme il faut en chercher la valeur par le moyen de la projection horizontale, on peut faire servir celle du plan pour un des côtés du triangle rectangle, dont cette valeur doit être l'hypoténuse; ainsi ayant fait le plan horizontal A S D, comme dans le cas précédent, où les projections horizontales des joints de lit sont *n s*, provenant de la division 1, *o s* de la division 2, & *p s* du joint 3; on portera sur *ns* la hauteur *n* 1 de l'à-plomb quarrément, c'est-à-dire perpendiculairement à la projection *ns*, en *n* 5; *o* 2 sur *os* en *o* 6; *p* 3 sur *ps* en *p* 7, & par ces points 6, 7 ayant tiré les lignes 5 *s*, 6 *s*, 7 *s*, on aura les valeurs des joints de lit dont on n'avoit que les projections, qui étoient plus courtes parce

qu'elles n'étoient pas paralleles aux véritables joints.

On en usera de même pour le reste de la moitié HD, & si l'on veut éviter la confusion qui se trouve dans les lignes des projections de l'autre côté, on peut les ranger toutes sur une même ligne *s d* par des arcs de cercle tirés du point *s* pour centre, comme *sq* en *sv*, & portant perpendiculairement *v* la retombée *q* 4, on aura un point *z*, d'où tirant *zs*, on aura la valeur de la projection *qs*, ainsi des autres.

Il y a encore une autre maniere de placer ces profils, en faisant servir les angles droits des à-plomb avec le diametre horizontal AD, qu'on ne fera que prolonger, par exemple, pour avoir la valeur de la projection *ps* du troisieme joint de lit, il n'y a qu'à porter cette projection *p*S en *p*P sur DA, prolongé en P, s'il le faut; la ligne P3 sera le profil & la valeur de la projection *ps* du troisieme joint de lit: cette maniere est encore la mieux désignée & la moins confuse.

Ces opérations n'ont pas besoin de démonstration, puisqu'elles se réduisent toutes à faire des triangles rectangles, dont on a deux côtés donnés, sçavoir, la projection horizontale & la hauteur, & dont l'hypoténuse est la longueur demandée.

PROBLEME.

Réduire les doubles & même les triples obliquités d'une voûte conique en une seule pour en faire les profils avec plus de facilité.

Soit, par exemple, une trompe ASB de face biaise AB sur la direction horizontale de son axe SC, & inclinée à l'horizon par un talud donné, ou, si l'on veut encore, dont la direction de l'axe soit inclinée en descente ou en montée. Il s'agit, 1°. de trouver le diametre de la face ou base du cône, sur lequel son axe est le plus incliné, & par conséquent aussi celui sur lequel la section par l'axe n'est point oblique; dont le plan est perpendiculaire à celui de la plus grande obliquité. Fig. 153.

Soit le cercle AEBF la base d'un cône entier, dont AB est le diametre horizontal du cercle, dont le plan est incliné à l'horizon, suivant un angle donné *e*AH en talud, & auquel la direction de son axe SC est oblique suivant l'angle donné SCA: si l'on tire du sommet S du cône scalene ASB une perpendiculaire SG sur AB, la ligne GC exprimera l'obliquité de l'axe à l'égard de la base, c'est-à-dire de la direction de la trompe à l'égard de sa face, qui est le *biais* de l'angle SCA, & la premiere obliquité.

La seconde est celle du talud de cette face inclinée à l'horizon, suivant l'angle HA*e*, faisant HA = CE, on portera CH en AT perpendiculairement à AB, & l'on tirera par le centre C la ligne TI, qui donnera la position du diametre DI de la plus grande obliquité de l'axe sur le plan de la face, auquel si on fait la ligne KL perpendiculaire, le diametre KL sera au contraire celui sur lequel le plan d'une section par l'axe, ne donnera aucun biais de l'axe avec ce diametre, auquel il sera perpendiculaire, quoiqu'il ne le soit pas au plan de la face.

Cette préparation étant faite, on peut trouver les profils de toutes les différentes longueurs des côtés du cône, c'est-à-dire de tous les joints de lit de la trompe, sans avoir recours à aucune autre projection.

Ayant fait TP perpendiculaire sur TI, & égale à la hauteur du cône, exprimée par SG, qui donnera sur TP le point P pour le même sommet (qu'on tourne ici en sens contraire, pour éviter la confusion des lignes dans la figure), on tirera de ce point P les lignes PD, PI, qui seront l'une le plus grand PI, l'autre PD, le plus petit côté dans leur juste longueur, étant ceux de la section par l'axe PDI.

Présentement pour avoir les mesures

des côtés intermédiaires qui doivent aboutir à des points donnés à la circonférence de la base, 1, 2, 3, K, &c. qui seront, si l'on veut, ceux des divisions des voussoirs de la trompe, on prendra avec le compas les distances T1, T2, T3, TK, &c. & on les portera sur le diametre DI, de T en *o*1, *o*2, *o*3, *o*K, &c; ce qui est désigné dans la figure par des arcs de cercle *o*1, *o*2, *o*3, *ok*. Si du point P on tire des lignes à tous ces points marqués sur DI, les lignes P*o*1, P*o*2, P*o*3, P*ok* seront les justes longueurs des joints de lit de la trompe conique, biaise & en talud.

Si l'on suppose encore une troisieme obliquité d'axe en descente ou en montée, il faut ajouter à l'angle du talud celui de la descente ou montée pour n'en faire qu'une obliquité ; & dans l'exécution, l'une des deux étant donnée par le niveau; l'autre se trouvera en place à l'égard de l'horizon.

DÉMONSTRATION.

Il faut premiérement prouver que le plan passant par l'axe & par DI, donne le plus grand & le plus petit de tous les côtés du cône de toutes les sections possibles par d'autres diametres, & par le même axe, par exemple sur AB.

Dans les triangles rectangles CGS, CTP qui ont un côté GS = TP, le côté CT étant plus grand que CG, de même que CA = CD plus petit que TC, sera aussi opposé à un plus grand angle TPC : donc l'angle TPC est plus grand que l'angle GSC, & par conséquent le troisieme angle TCP ou DCP est plus petit que l'angle GCS, c'est-à-dire de plus grande obliquité de l'axe sur la base du cône. Il est évident qu'il en sera de même de tous les profils faits sur les autres diametres. C. Q. F. D.

La seconde partie concernant l'exactitude de la construction qui donne les côtés du cône, transportés sur le triangle par l'axe PDI dans leurs véritables longueurs est évidente, parce qu'on a fait des triangles rectangles, qui ont pour côté commun TP, & pour bases les longueurs égales aux distances de ce point T à tous les points de la circonférence donnée, 1, 2, 3, K, le point P devant être considéré comme étant en l'air au bout de la ligne TP perpendiculaire au plan du papier.

On verra au 4e Livre de ma Stéréotomie l'usage de ce problême dans la pratique des traits des voûtes coniques, & combien elle en facilite l'exécution.

Remarque sur les profils des épures.

La multiplicité des lignes qui embrouillent & portent une espece de confusion dans les *traits* de la coupe des pierres, vient principalement des profils qu'on assemble quelquefois sur un côté commun, ou sur un même plan, quoiqu'ils doivent être séparés. Souvent aussi pour faire voir les origines de ces profils à l'égard du plan horizontal, on trace des arcs de cercles inutiles, qui ne servent qu'à indiquer la relation de l'un à l'autre, comme on voit dans la figure, où l'on a marqué des mêmes lettres & chiffres les points du plan horizontal, répétés au profil sur un vertical, à quoi il faut faire attention pour se débarrasser de ces accessoires hors d'œuvre qu'on trouve dans la plûpart des Livres, où l'Auteur s'en est servi pour se rendre plus intelligible. Nous allons finir ce chapitre des profils par un problême de pratique pour lever ceux des ouvrages existans, dont les contours sont courbes & irréguliers.

PROBLEME DE PRATIQUE.

Tracer sur un plan un contour semblable & égal à celui d'un corps saillant de figure quelconque, supposé coupé par ce plan de description (en termes de l'Art) *lever un profil d'un ouvrage existant en saillie.*

fig. 154. Soit un morceau d'architecture ou de ſculpture en relief, par exemple, un *roſon* dans une voûte, auquel il en faut faire un égal.

On placera le carton ou la planche ſur laquelle on veut tracer le profil au deſſous de l'original à plomb ou de niveau, ſuivant ce qu'exige ſa poſition, & d'une largeur à pouvoir y tracer ſa plus grande ſaillie; puis ayant mis un crayon C dans une regle RL à cette diſtance, on l'appuyera contre un des bras d'une équerre IHK que l'on fera couler ſur le côté droit GH de la planche FN, en appuyant, pouſſant, & reculant le bout A de la regle ſur le contour NBD. Le crayon C, par ce mouvement, en tracera un ſemblable & égal ſur le carton ou la planche, en *an bd.* C. Q. F. F.

Cette opération n'a pas beſoin de démonſtration, puiſque la ligne AL eſt partout un intervalle égal entre les deux contours, & mû parallelement à lui-même, & de plus perpendiculaire à la même ligne GM, par la tranſpoſition de l'équerre, coulant ſur cette ligne & le côté HI.

S'il ſe rencontre quelque renfoncement horizontal, comme en PR, auquel la regle A ne peut atteindre, il faut le meſurer à part, & le tranſporter quarrément ſur

une ligne R*r* à la diſtance où il doit être du bout A.

USAGE.

Ce problême eſt d'un fréquent uſage en architecture, lorſqu'il s'agit de continuer ou réparer des anciens édifices, où il faut raccorder du vieux avec du neuf, & copier des contours en ſymmétrie. Faute de cette pratique, on perd beaucoup de tems à tâtonner, ſans pouvoir réuſſir auſſi parfaitement.

De l'élévation.

La ſeconde eſpece d'ortographie, dont nous avons à parler, eſt celle qu'on appelle, en terme de l'Art, *l'élévation*, qui eſt la projection verticale d'un corps, vu par ſes dehors, au lieu que le profil eſt une ſection d'un plan paſſant par ſon intérieur.

D'où il ſuit, comme dans toute autre projection, qu'on ne peut y exprimer les meſures d'une ſurface, qui n'eſt pas parallele au plan de deſcription, quand même elle ſeroit plane, à plus forte raiſon lorſqu'elle eſt courbe, concave, ou convexe; de ſorte qu'on ne peut faire une élévation d'une porte en tour ronde, que pour y prendre des meſures verticales; ſi elle eſt à plomb, les horizontales étant *courbes*, *concaves*, ſi elle eſt en tour *creuſe* & *con-*

vexe, si elle est en tour *ronde*, sont raccourcies dans leur contour, non pas en proportion uniforme, mais relativement aux déviations des cordes, plus ou moins inclinées au plan vertical de la description.

Par la même raison, on ne peut faire l'élévation d'une sphere qui puisse donner d'autres mesures que celles des diametres & contour du cercle majeur ou mineur, qui proviendroit d'une section parallele au plan de description.

Ainsi il est visible qu'une élévation d'un escalier à vis découvert, comme celui d'une chaire de Prédicateur, ne peut être qu'une image imparfaite, de laquelle on ne peut tirer de mesures que celles des hauteurs des marches & rampes, leurs largeurs horizontales étant toutes raccourcies & défigurées. Nous ferons cependant voir que cette sorte de représentation a son usage pour la coupe des pierres.

De l'élévation en coupe & en profil.

On entend ordinairement par le mot de *profil*, la section transversale d'un édifice ou d'une voûte, & par le mot de *coupe*, une section longitudinale faite pour en montrer les dedans, qu'on fait paroître par leur élévation, où l'on en exprime les

parties : ainsi la coupe d'une maison est la représentation de ce que l'on verroit, si le mur de face étoit abattu. Celle d'une voûte en montre les pieds droits, les naissances, les lunettes, & les enfourchemens de celles qui les traversent, au lieu que son profil montre le contour de son ceintre, l'épaisseur de ses pieds droits, de ses reins, & de sa maçonnerie ; de sorte que l'une & l'autre de ces représentations ont leur utilité, & qu'elles sont même absolument nécessaires toutes ensemble, lorsque le corps projetté est irrégulier, comme on va le montrer.

Des moyens de représenter, par toutes sortes de descriptions, les corps de figures irrégulieres.

Il y a deux sortes d'irrégularités dans les voûtes, l'une dans leurs contours de faces, qui ne sont d'aucune courbe réguliere, mais de quelque courbe ondée ou de fantaisie, comme celle de la conique, appellée *trompe d'Anet*; l'autre consiste dans la courbure de leurs surfaces, qui ne sont ni cylindriques ni coniques, ni sphériques, mais qui participent plus ou moins des unes ou des autres ; telles sont ces petites voûtes, qu'on appelles *arriere-voussures, de Marseille, de Saint Antoine, &c.*

Le moyen le plus facile de désigner & de déterminer ces irrégularités avec art, est de les *inscrire* ou *circonscrire* à des corps réguliers, dont les contours & les surfaces peuvent leur fixer des bornes, & en mesurer la différence par le moyen de plusieurs points, qu'on peut autant multiplier qu'on le juge à propos, suivant la précision à laquelle on veut parvenir : un exemple en fera voir sensiblement la commodité & la justesse.

fig 155. Soit A B D E G F le plan horizontal d'une porte sur le coin rectiligne A B D, extérieurement & concave en tour creuse dans l'angle intérieur F G E, comme on en voit quelquefois, par la disposition & sujettion des lieux qui ne permettent pas qu'on pratique ailleurs une porte : on verra que par le moyen de la circonscription, & des plan, profil, & coupe; on se débarrasse des difficultés & des irrégularités apparentes.

J'inscrits donc cette figure de plan horizontal mixte, composée de lignes droites & courbes dans le parallélogramme rectangle I F E K; & ayant déterminé le ceintre primitif I H K égal à l'arc droit, dont le diametre est D R, j'opere sur cette porte comme si elle étoit en plein ceintre ordinaire; ensuite j'en retranche l'excédent de

la circonscription B D K, d'un côté, B A I de l'autre, suivant une section plane qui forme dans chaque côté un quart d'ellipse qui pourroit avoir quelque différence de contour plus ou moins arrondi, si la diagonale B G ne partageoit pas également en deux l'angle D B A.

Ensuite, je retrancherai par une section concave circulaire F G E, dirigée perpendiculairement à l'horizon le segment horizontal EGF, dont le creux rencontrant celui du ceintre circulaire du vuide du berceau de la porte, formera, sans science, comme par hazard, l'arête de cette courbure à double courbure Q *g*, que nous avons appellé *cycloimbre*, dans le contour de ces deux portions de cylindre qui se croisent ; sçavoir l'horizontal du passage de la porte, & le vertical de l'arrondissement, pratiqué dans l'angle rentrant, pour en effacer la difformité.

§. Où l'on voit que toutes les représentations de plan I E, de profil *hbl*, de coupe *abgf*, sont nécessaires pour exprimer chacune en particulier, ce qui n'a pu être exprimé dans les autres.

La coupe *bgfa* exprime la saillie du *porte-à-faux* de la clef *b* sur l'imposte *a*, d'une maniere très-différente. Le profil I H K donne l'arc droit & ses divisions, sa

moitié P*h*, en situation verticale, donne les hauteurs de ses joints de lit pour les marquer dans la coupe, & y déterminer la hauteur de la lunette : ainsi l'on voit que ce n'est que par le concours de toutes ces représentations qu'on parvient aux mesures, & à une connoissance parfaite de ce qu'on a à faire. Nous ne faisons point d'élévation en face, ni devant ni derriere, parce que le plan de description ne pouvant être parallele aux surfaces de l'objet anguleux, en angle saillant par dehors, & concave à la face intérieure, on ne pourroit en tirer aucune mesure horizontale, mais seulement les verticales, qui sont déja exprimées dans le profil, & dans la coupe de la voûte par son milieu à la clef.

Il faut observer que le moyen dont nous nous servons ici, par circonscription, appellé en terme de l'art, *par équarrissement*, occasionne la perte de pierre de toute la partie distinguée au plan, par une hachure, & que l'on pourroit l'épargner, en opérant, comme si l'on faisoit deux moitiés de portes biaises de différentes directions d'obliquité; mais on peut diminuer cette perte, en se reculant quarrément à chaque tête de voussoir, comme si au lieu de retrancher le trapeze LIDK, on se re-

culoit en I*k*; car alors on ne perdroit que le triangle I*k*D, qu'on ne peut guere épargner.

Par le moyen de l'inſcription ou circonſcription dont nous parlons, on apperçoit comment on peut éluder la difficulté de la trompe d'*Anet*, dont la face eſt ondée d'une courbure irréguliere, meſurée horizontalement: on a mis ici ſeulement une moitié du plan, c'eſt-à-dire de la projection horizontale ſans rampe, à laquelle on a circonſcrit un quart de cercle, qui peut auſſi ſervir de ceintre primitif, en le ſuppoſant en ſituation verticale, ſuivant la ligne *d h* du profil, au lieu d'un quart de cercle on pouvoit y tracer un quart de polygone; ce qui peut ſuffire préſentement pour montrer comment on peut exécuter des courbes à double courbure par l'inſcription, en ajoutant les diſtances des points excédens la ligne d'inſcription, ou en retranchant celles des contours de circonſcription. fig. 156.

CHAPITRE II.

De la supposition des surfaces planes, appliquées sur les courbes, pour parvenir à imiter exactement leur concavité ou convexité (en terme de l'Art) *pour les voûtes des doëles plates.*

CE que nous venons de dire de la circonscription de contours irréguliers par des figures régulieres, soit courbes, comme le cercle & l'ellipse, soit de rectilignes, comme des polygones, ne peut servir que pour des contours, dont on ne peut connoître les courbures, qu'en les comparant à des lignes droites tournées réciproquement en angle droit : telles sont les abscisses & les ordonnées.

Il en est à peu près de même des surfaces courbes à l'égard des planes : celles-ci sont nécessaires pour mesurer la profondeur des concavités ou l'éloignement des convexités, par des perpendiculaires à une surface plane, qui leur est comparée comme un terme fixe, d'où l'on doit compter ces mesures d'enfoncement ou d'élévation, en autant d'endroits qu'on le juge nécessaire, & particuliérement aux angles qu'une

qu'une ſurface courbe fait avec des planes, ou d'autres courbes qui en terminent les extrêmités.

Cet artifice eſt néceſſaire, non ſeulement pour former des ſurfaces irrégulieres, mais encore pour les régulieres dans la coupe des pierres, en ce qu'elle fournit la juſte poſition des angles mixtes, & des arêtes des vouſſoirs ſur une ſurface plane faite exprès, qu'on appelle *doële plate*, au devant d'une qu'on doit creuſer au deſſous en portion de cylindre ou de cône, laquelle doit paſſer par les cordes des arcs de leur concavité dans les têtes oppoſées des vouſſoirs : cette ſurface plane préparatoire eſt le plus ſouvent un parallélogramme, quelquefois un trapeze, qui détermine la poſition des quatre angles dans un plan exact ; car s'il n'y en a que trois, & que le quatrieme ſoit plus enfoncé ou plus élevé, la ſurface eſt appellée *gauche* ; ce qui ne doit point arriver, lorſque les joints de lit des vouſſoirs de voûtes coniques ou cylindriques ſont (comme ils doivent être) paralleles à l'axe du cylindre, ou ſuivant la ſection plane par l'axe d'un cône, ſi la voûte eſt conique.

Cette ſuppoſition d'une ſurface plane, pour y placer les quatre angles d'un vouſſoir, eſt encore applicable aux voûtes ſphé-

riques, parce que la ſphere étant coupée par lits, perpendiculairement à ſon axe, donne des cercles paralleles, leſquels étant recoupés & croiſés par des ſections, ſuivant l'axe, donnent des portions de ſurfaces concaves, dont les cordes ſont auſſi paralleles entr'elles, comme celles des cônes tronqués, droits ſur leurs baſes; telles ſont toutes les portions de ſphere coupées par des paralleles à l'équateur, & recoupées par des méridiens; les cordes oppoſées, tirées de leur quatre angles, forment un trapeze en ſurface plane; par conſéquent un vouſſoir auquel on peut adapter un panneau de doële plate préparatoire, terminée par deux cordes égales, ſuivant la ſection du méridien, & deux inégales ſur les cercles paralleles à l'équateur.

Ce que nous diſons ici de la ſphere peut s'appliquer auſſi au ſphéroïde régulier, formé par la révolution d'une demi-ellipſe ſur ſon grand, ou ſon petit axe, mais non pas d'un ellipſoïde, dont l'équateur & les méridiens ſont des ellipſes: les portions quadrilateres, coupées par des plans perpendiculaires à l'axe, & recoupées par d'autres, ſuivant l'axe, ſont *gauches*, c'eſt-à-dire qu'elles n'ont pas leur quatre angles dans un plan, mais ſeulement trois; le quatrieme eſt au deſſus ou au deſſous d'une

surface plane, qu'on peut toujours faire passer par trois points donnés : car on sçait, par les élémens de la Géométrie, que les trois angles d'un triangle sont nécessairement dans un même plan.

D'où il suit que les doëles plates ne peuvent servir de préparation à toutes sortes de voussoirs quadrilateres, à moins qu'on ne les réduise en triangles, dont les surfaces feront entr'elles un angle sur la diagonale, plus ou moins obtus, suivant le plus ou moins d'écartement du quatrieme angle, que la surface plane ne peut toucher, lorsque la doële est *gauche*.

Le second usage des doëles plates est que par cette supposition on forme plus exactement les angles mixtes des surfaces planes des joints montans, & quelquefois aussi des lits avec la courbure des doëles ; ce qu'on ne peut indiquer que par un biveau à branches mixtes, dont la position peut faire varier ces angles, comme nous le dirons dans son lieu.

De la ſuppoſition des ſurfaces cylindriques ou coniques de baſe quelconque pour parvenir à la formation d'autres ſurfaces courbes, terminées par des lignes angulaires à double courbure (en terme de l'Art) *des arêtes gauches, courbes en tout ſens.*

La ſuppoſition des doëles plates, dont nous venons de parler, qui ſert de diſpoſitif à l'exécution des ſurfaces courbes, qui ſont des portions de corps réguliers, terminés par des courbes planes, c'eſt-à-dire qui peuvent être décrites ſur un plan, devient inutile pour la formation de celles qui ſont à double courbure, dont nous avons parlé au premier Livre, comme ſont les *cycloimbres, ellipſimbres, &c.* parce que ces lignes étant au ſommet des angles d'interſection de deux corps courbes, dont elles terminent les arêtes ſaillantes, ou les angles rentrans, ſuppoſent une des deux ſurfaces courbes, exécutée avant l'autre, ſoit que cette primitive ſoit portion d'un cylindre régulier, qui ait pour baſe un arc de cercle ou d'ellipſe ; ſoit que cette baſe ſoit d'une courbe quelconque, formant un cylindroïde.

Cette rencontre de deux ſurfaces courbes n'eſt pas toujours à double courbure,

comme nous l'avons démontré au premier Livre, où l'on a vu que l'interſection de deux cylindres, en certaines circonſtances, étoit une ellipſe plane; mais auſſi en pluſieurs autres, c'eſt une ligne courbe à double courbure, qu'on doit décrire ſur la ſurface primitive d'un des deux.

On peut, ſi l'on veut, l'y tracer avec art, en cherchant pluſieurs points de cette courbe, comme nous l'avons enſeigné au ſecond Livre, ou la former *par une eſpece de hazard*, ſuivant une pratique, qu'on appelle, par *équarriſſement*, particuliérement s'il s'agit d'un angle ſaillant, dont l'*arête* ſe forme par la rencontre du ſecond cylindre qu'on creuſe, ſuivant la direction donnée à l'égard du premier: mais lorſque l'angle de rencontre des deux ſurfaces eſt rentrant, ce qu'on appelle en *arc de cloître*, cette maniere eſt moins ſûre que celle de n'avoir pour guide que la direction du ſecond cylindre. Il convient de tracer la courbe à double courbure ſur la ſurface du premier, à laquelle on dirige les joints & côtés du ſecond cylindre. Ce que nous diſons ici de la rencontre des doëles de deux cylindres, doit s'entendre des coniques entr'elles & avec les cylindriques.

Ce moyen de préparer les vouſſoirs à la formation de leurs arêtes, ou angles ren-

trans, doit être confidéré comme la bafe des *traits* de la coupe des pierres les plus difficiles & les plus compofés : car il arrive des cas où cette premiere excavation cylindrique dans une pierre, ne fert qu'à y trouver une ligne d'arête, parce que ce n'eft pas affez d'une préparation par une furface fuppofée, il en faut quelquefois deux, lorfque les deux furfaces qui doivent fe rencontrer font gauches toutes les deux : il nous fuffit ici de donner un exemple des cas les plus ordinaires.

Nous choifirons pour exemple un vouffoir d'une voûte en berceau *tournant* & *rampant*, foit concave, foit convexe, comme ils le font les uns en deçà, les autres en delà de la clef.

La projection horizontale d'un tel vouffoir eft ordinairement un arc de cercle AB, parce que l'arête VIS de la doële VIS LOD, avec la rencontre du lit fupérieur *a*TSV, eft une efpece de vis formée dans un corps cylindrique, en convexité du côté du milieu C, & en concavité dans fon pied droit oppofé.

Fig. 157.

Il faut donc commencer par former une portion de furface cylindrique, convexe dans notre exemple AB*ba*, fur laquelle on tracera l'arête du lit & de la doële VIS, comme il a été dit au fecond

Livre, & qu'on le voit dans la figure 158 fur une furface concave en ONY; puis ayant creufé au deffous la doële, fuivant la grandeur de l'arc de cercle qu'elle doit occuper du ceintre primitif, ou de l'arc droit VID, appuyant toujours la cerche quarrément au deffous de cette hélice : on recoupera auffi fuivant l'inftrument, appellé *biveau mixte*, le lit de deffus, qui terminera cette portion de doële, fuivant la ligne tracée fur le cylindre, qui eft l'arête de ces deux furfaces de lit & de doële, pour laquelle feule on a été obligé de faire la portion de furface cylindrique AB*ba*, tout le refte étant abattu, pour former le creux de la doële, & la pente du lit de deffus. Voilà un exemple de fuppofition forcée d'une furface cylindrique, pour placer exactement, & former une arête, qui eft le fommet de l'angle de rencontre d'un lit & d'une doële, d'autant plus indifpenfable, que cette arête étant une hélice, doit être tracée par l'application d'un triangle rectangle de matiere flexible, comme du carton, du plomb en lame, ou du fer blanc plié, fuivant la concavité du cylindre creux, ou la convexité du côté convexe, dont l'hypoténufe, en cette fituation (fuppofant un de ces côtés horizontal ou vertical) fervira de regle pour tracer la

portion de courbe en *hélice*, les points S & V étant donnés de hauteur; après quoi toute la surface cylindrique au dessus & au dessous doit être abattue : la raison de cette opération est que le développement d'une hélice est une ligne droite, comme nous le dirons dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III.

De l'Epipédographie (en terme de l'Art) *du développement.*

LES surfaces des pierres qui composent les voûtes sont presque toujours en partie planes, comme les *joints* & les *lits*, & en partie courbes, comme les doëles; dans les voûtes sphériques, sphéroïdes & annulaires, il n'y a aucune surface plane; les lits sont courbes, concaves & convexes alternativement.

Toutes ces surfaces ne peuvent être développées, c'est-à-dire étendues de toute leur longueur & largeur sur un plan.

Il est évident que les planes peuvent être rangées dans l'ordre où elles sont contiguës sur les voussoirs.

Il est aussi clair que les surfaces, qui n'ont qu'une courbure, comme celles des cônes

& des cylindres, peuvent être déployées & étendues ſur une ſurface plane ; celle d'un cylindre en parallélogramme rectangle ou obliquangle, & celle d'un cône en un triangle mixte, s'il eſt complet, ou transformé en un ſecteur de cercle, ou en portion de couronne de cercle, ſi le cône eſt tronqué, parce que ces deux corps n'ont de courbure que dans la direction transverſale de leurs axes, la direction parallele à leurs axes étant toujours droite, comme celle des cônes, depuis leur baſe à leur ſommet dans un plan paſſant par leur axe.

Il n'en eſt pas de même des corps ronds, ſuivant deux ou pluſieurs directions, comme les ſpheres, ſphéroïdes, & anneaux ; ils ne peuvent être développés, quelques minces & étroites qu'on en puiſſe ſuppoſer les zones, ou parties de leur contour, quand même on les réduiroit au cercle, non ſeulement parce qu'en Géométrie on n'a pas encore trouvé l'art de faire une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle, mais encore parce que les ſections paralleles à la circulaire ſont toutes inégales ; celles qui approchent le plus du centre ſont les plus grandes, & celles qui approchent des pôles au contraire ſont les plus petites.

Cependant les Auteurs de la coupe des

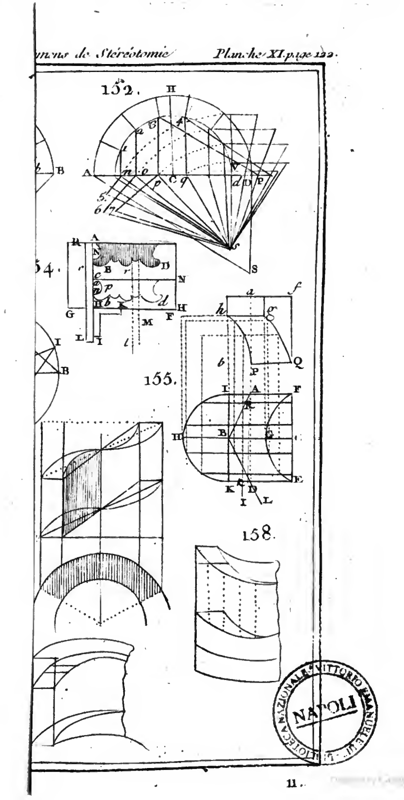
pierres, comme le *P. Deran* & autres, ont donné des moyens de développer les assises des voussoirs des spheres, mais en les considérant comme des zones ou portions de surfaces de cônes tronqués, ce qui n'est pas exact, comme nous le dirons ci-après.

Du développement des corps compris par des surfaces planes.

L'art de développer les surfaces des polyedres est des plus simples, puisqu'il ne s'agit que de les ranger de suite dans toutes leurs mesures.

Cependant il n'est pas indifférent pour l'appareil des traits des voûtes, d'y observer un certain arrangement sur des côtés communs ou contigus à deux surfaces: ensorte qu'étant repliés ils puissent, sans transposition, envelopper de nouveau le polyedre.

D'où il suit *qu'on ne doit pas joindre quatre angles droits au même point de leur sommet*, parce que les angles *plans* qui forment un angle *solide* doivent être toujours moindres que quatre droits, ainsi qu'il est démontré dans les élémens de Géométrie; ce qui fait voir que le développement d'un cube ne peut être fait de six quarrés égaux en deux bandes contiguës, comme


152.
154.
155.
158.

le veut faire l'Auteur de l'*Essai sur les feux d'artifices*, pour former un cartouche de carton en cube, qui doit servir de boîte à contenir la poudre de cet artifice, qu'on appelle *marron*; il prescrit *un parallélogramme de carton, dont un des côtés est à l'autre, comme trois est à cinq*, nombre d'ailleurs insuffisans pour renforcer chaque face également, car il en faudroit 18 ou 12, l'un pour doubler, l'autre pour tripler l'enveloppe.

Le développement d'un cube n'est susceptible que de deux façons, sçavoir en croix latine de quatre quarrés sur la tige, & de deux ajoutés de part & d'autre pour la croisée, ou en façon de *T*. Fig. 159. Fig. 160.

Le Tétraedre, qui est le premier des corps solides, composé de quatre surfaces de triangles équilatéraux, peut être arrangé de deux manieres différentes, en triangle, comme à la figure *b*, ou en bande de parallélogramme obliquangle, comme à la figure *c*. Fig. 161. fig. 162. Fig. 163.

Le développement d'une pyramide droite de base polygone, au-delà du triangle, par exemple, du quarré du pentagone ou exagone, se fait en joignant les triangles isosceles qui l'enveloppent, suivant leurs côtés contigus, dont le sommet commun est au point S, en ajoutant à une des bases le Fig. 164.

polygone, comme on la suppoſé : toutes ces ſurfaces pliées de ſuite, formeront la pyramide en queſtion.

D'où il ſuit que, ſi au lieu de 4, 5 ou 6 côtés de la baſe, on en ſuppoſe une infinité qui compoſeroient un contour circulaire, la pyramide prendroit la figure d'un cône, dont le développement eſt un ſecteur de cercle qui a un contour égal à celui du cercle de la baſe A, 1, 2, 3, 4, 5.

Dans la ſuppoſition que le cône ſoit *droit*, c'eſt-à-dire que ſon axe ſoit perpendiculaire à ſa baſe; la courbe du dévelop-
fig. 164. Fig. 165. pement A *b a* eſt ſans contredit circulaire, dont le rayon S A eſt le côté du cône *droit*; mais ſi ce cône eſt ſcalene, c'eſt une courbe différente, dont il faut chercher le contour par pluſieurs points, comme nous allons le montrer.

PROBLEME.

Faire le développement d'une pyramide ou d'un cône ſcalene, & en déterminer la plus grande obliquité.

Nous avons dit qu'une pyramide eſt appellée *droite*, lorſque ſon axe, qui eſt la ligne tombant du ſommet ſur le milieu du plan de la baſe, eſt perpendiculaire à ſa ſurface; ce qui s'applique auſſi au cône,

ont l'axe eſt perpendiculaire au cercle de a baſe.

Mais ſi cet axe tombe obliquement ſur e plan de cette baſe, il en réſulte une iné- ;alité de longueur & d'angles à la baſe de ous les triangles qui enveloppent la pyra- nide, & par conſéquent des infinimens ›etits qui enveloppent le cône; de ſorte que la pyramide paroît pencher, vue de tous côtés, excepté lorſque le ſpectateur eſt dans la direction d'un plan qui paſſeroit par l'axe & par la perpendiculaire tombant du ſommet de la pyramide ſur la baſe du cône, ſoit du côté de cette perpendiculaire, ou de celui qui lui eſt diamétralement oppoſé.

Il faut obſerver qu'il arrive auſſi dans un cas contraire, qu'une pyramide peut être droite ſur ſa baſe, & paroître penchée en certaine ſituation, comme lorſque le polygone de la baſe eſt en nombre impair de côtés: telle eſt une pyramide pentagone à *Soleurre*, qu'on me faiſoit remarquer comme un effet merveilleux de l'induſtrie de l'Architecte, parce qu'elle paroît pencher preſque de tous côtés; mais j'apperçus bientôt que cette apparence venoit de ce que la baſe étant un pentagone, dont les côtés ſont impairs, les arêtes des pans devoient être apperçues d'une inclinaiſon différente, fig. 165.

ſuivant la poſition du ſpectateur : car ſi on le ſuppoſe en S, obliquement au côté de la baſe DE, & perpendiculairement au rayon HC, l'arête ſur le rayon HC étant vue perpendiculairement, paroîtra dans toute la longueur de ſon talud ou inclinaiſon ; l'arête ſur CF, vue ſous un angle aigu SCE, paroîtra raccourcie ſuivant la perpendiculaire EP plus courte que HC ; enfin l'arête ſur DC ſera vue encore plus en raccourci, ſuivant la perpendiculaire Dq, qui eſt encore plus petite que PE, par conſéquent moins inclinée, mais elle paroîtra droite, toutes les fois que le ſpectateur ſera placé dans le prolongement de deux côtés de la baſe, comme en L à l'égard de GE & HD, ou au-delà, dans la même direction, ou dans la prolongation d'un demi-diametre CE, comme en K ; d'où il verra, ſous le même angle, le talud des arêtes ſur DC, GC, & celle de EC dans un plan vertical : cette petite digreſſion, qui n'eſt pas tout-à-fait de notre ſujet, peut trouver ici place ſans ennuyer le lecteur. Reprenons notre problême, qui ne concerne pas les pyramides droites, mais ſeulement les ſcalenes.

Il s'agit premiérement de déterminer la direction de ce plan, ſuivant lequel une pyramide oblique ne paroît point pencher

: droite ni à gauche. Soit une pyramide
riangulaire ABDS, oblique ſur ſa baſe fig. 166.
3AD, enſorte que ſi l'on abaiſſe une per-
pendiçulaire ſur ſon plan prolongé, elle y
lonne le point P pour ſa projection, par
equel & par le centre C du triangle on ti-
era la ligne PCa: on ſçait que ce point
C ſe trouve à l'interſection des diagonales
AC & BC, qui diviſent en deux égale-
nent les angles A & B; & l'on tirera CS
lu centre de la baſe au ſommet, qui ſera
'axe de la pyramide. On fera enſuite à part fig. 167.
ın angle droit, dont un côté ps ſera fait
gal à PS de la précédente figure, & l'au-
re pd égal à la diſtance Pd de la même,
neſurée ſur le plan de la baſe; la ligne sd
era égale au côté DS. Du point d com-
ne centre & de l'intervalle DA, on dé-
rira un arc de cercle tu, & du point S
c de la longueur SA pour rayon, on dé-
rira un autre arc qui coupera le précédent
u au point z, par lequel on tirera du point
l & S, la ligne dz & zs.

On continuera de même pour tracer le
econd triangle, portant pB en Pb, & pre-
ıant la diſtance S I, de laquelle, pour rayon,
c du point s de la 2ᵉ figure pour centre,
on décrira un arc de cercle xo, & du
point z pour centre, & pour rayon AB, on
era un autre arc nx qui coupera le pré-

cédent en x, d'où l'on tirera les deux lignes xs, xz qui formeront le second triangle xzs : enfin pour le troisieme, on a déja un côté donné, qui est Ds, égal à ds, auquel il doit être uni dans l'enveloppement de la pyramide, avec lequel, comme rayon, & du point s pour centre, on décrira un arc Dy, & de l'intervalle DB de la premiere figure, & du point x pour centre : on fera un autre arc ty qui coupera le précédent en y, le triangle xys sera la valeur de celui qui étoit représenté en perspective en DSB de la premiere figure, & le troisieme du développement des côtés de la pyramide, exprimé par l'assemblage de ces trois triangles dans le pentagone irrégulier $sdzxy$, auquel si l'on ajoute le triangle de la base ADB en bxz, on aura le développement complet des quatre surfaces triangulaires, dont la pyramide étoit enveloppée; *ce qui étoit premiérement proposé de faire.*

Il s'agit présentement de prouver que la section de la plus grande obliquité est dans le plan passant par l'axe de la pyramide, ou du cône scalene donné : par conséquent que la ligne CE, qui est dans ce plan, est le diametre de la base, qui fait avec l'axe SC l'angle le plus aigu.

Il est démontré dans les Elémens de Géométrie,

Géométrie, que si d'un point S, pris hors d'un plan, on tire une perpendiculaire SP, elle sera la plus courte de toutes celles qu'on y peut mener, & que celles qui, partant du même point, s'éloignent le plus de la perpendiculaire, sont aussi les plus grandes.

Il est encore démontré dans la 8e pr. du 3e Livre d'*Eucl.* que si d'un point P, pris hors d'un cercle, on tire des lignes à son arc convexe, la plus courte est celle qui étant prolongée, passe par le centre du cercle, & au contraire dans son arc concave, c'est la plus longue.

Donc si l'on fait passer un cercle par les trois angles du triangle de la base de la pyramide, la plus courte des lignes sera PE; & ensuite par ordre de distance, PB, PD, PA: donc la ligne de l'arête de la pyramide en SB sera plus longue que SE, qui est plus près de la perpendiculaire SP; par la même raison, SD sera plus longue que SB, & SA plus longue que SD. Or si du centre C, on tire des rayons aux angles A, B, D, on aura des triangles ACS, BCS, DCS, qui ont deux côtés égaux, chacun à chacun, sçavoir CS commun, & les rayons AC, BC, DC, & le troisieme inégal, dont les plus grands sont opposés aux plus grands angles: donc ACS est plus grand que *Fig.* 168.

l'angle DCS (supposant CS en l'air, élevé sur la base ADB), & l'angle DCS sera plus grand que BCS; enfin ce dernier, plus grand que SCE, qui est celui de l'axe avec la ligne CP, passant par la perpendiculaire SP au plan de la base prolongée: donc le rayon CE, qui est dans le plan, est dans le diametre *q*E de la plus grande obliquité, SCP étant le plus aigu de tous, & son supplément à deux droits, *q*CS le plus obtus. C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration, que l'on a la maniere de faire le développement d'un cône scalene, puisque nous avons supposé la base triangulaire de la pyramide inscrite dans un cercle, qui peut être considéré comme la base d'un tel cône, ou d'une pyramide d'une infinité de côtés.

Dans cette supposition, nous avons dit que le développement d'un cône *droit*, c'est-à-dire perpendiculaire sur sa base, étoit un *secteur de cercle*, dont l'arc devoit être égal au contour du cercle de la base du cône; ce qui donne une pratique facile de faire ce développement.

Mais comme l'on n'a pas la même facilité de faire une courbe irréguliere, telle qu'est celle du développement de la surface

u cône ſcalene, on eſt obligé de le conſidérer, & de le réduire à une pyramide calene, en diviſant le contour du cercle e la baſe du cône en parties ſenſiblement gales, plus ou moins grandes, ſelon qu'on propoſe d'approcher plus de la figure onde : dans la pratique des traits des voûes, il nous ſuffira de faire le développe-ient de la moitié du cône, coupé par ſon ommet, & le diametre AB de la plus rande obliquité ; l'autre partie étant égale celle-ci, n'en doit être que la répétition.

Soit le demi-cercle ADB la moitié de baſe du cône ſcalene, dont on a trouvé, ar la pratique précédente, le diametre B, & le profil PSB du plan de la ſection ar ſa plus grande obliquité. *Fig. 169.*

Soit auſſi ASP le plan de la ſection du ône ABS, par ſon axe CS, & la perpeniculaire SP ſur le plan de ſa baſe ADB, rolongée ; on en diviſera le contour en l nombre de parties qu'on voudra, come ici ſa moitié en ſix, pour réduire le ône en pyramide dodécagone. Du point P our centre, & des longueurs P1, P2, 3, &c. pour rayon, on portera toutes les iſtances du point P aux diviſions de la irconférence, ſur le diametre AB, aux oints 6, 7, 8, 9, 10 ; les lignes tirées de

ces points au sommet du cône S, donneront les longueurs différentes des côtés, passans par les points 1, 2, 3, 4, 5, & le profil donne ceux de la plus grande longueur AS, & de la plus petite BS.

Par le moyen de ces côtés donnés, & des cordes de la base A1; 1.2, 2.3, &c. on pourra faire le développement de la pyramide dodécagone, comme nous l'avons fait ci-devant de la triangulaire; ce que nous allons répéter d'une autre façon.

Ayant porté la longueur S A séparément en *sa*, on prendra la longueur *s6*, avec laquelle, pour rayon, on fera un arc *ei*, & de la corde A1 pour rayon, & du point *a* pour centre, on fera un autre arc *tu* qui coupera le précédent au point *u*, qui sera un de ceux du contour de la courbe de développement de la base. Du point *s* pour centre, & pour rayon *s7*, on fera de même un arc *fg*, & du point *u* pour centre, & pour rayon la corde 1.2, on en fera un autre *hx* qui coupera le précédent au point *x*, qui donnera le second point de la même courbe: on prendra ensuite la longueur *s8*, avec laquelle, pour rayon, & du sommet *s* pour centre, on décrira un arc *kl*, & de la corde 3.2, & du point *x* pour centre, on décrira un arc *ny* qui coupera le précé-

Fig. 170.

dent au point y, qui ſera le troiſieme point de la même courbe. On continuera de même juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu en b, & l'on joindra tous ces points par une ligne courbe, tracée de l'un à l'autre à vue d'œil, ou avec une regle pliante, qui donnera la moitié du développement juſqu'au point de ſtation b, ou la même courbe ſe répete en ſens contraire concave juſqu'au quart de cercle BD, dont le développement eſt $by = bx$ enſuite de nouveau convexe, comme la continuation $yxua$, qui achevera le contour de la circonférence entiere de la baſe du cône, & la figure mixtiligne $aybs$ ſera le développement de la moitié de ſa ſurface.

Il eſt clair que ſi, au lieu d'un cône entier, on n'avoit qu'un cône tronqué, comme AHFB, le développement ne ſeroit plus un triligne mixte, mais une zone d'inégale largeur ondée, comme celle qu'on a diſtinguée par une hachure, où l'on voit le dévéloppement entier de ſa baſe ſupérieure en H$lfkh$, dont les points H & h doivent être réunis dans l'enveloppement. *Fig. 169.* *Fig. 170.*

Ce développement entier de la circonférence du cercle, n'eſt ici que pour la théorie : car pour la pratique de la coupe des pierres, les trompes qui ſont des voûtes coniques, dont la face eſt la baſe d'un cône,

ne comprennent jamais que le demi-cercle ; ainsi en supposant une rampante par son axe, ou ce qui est plus ordinaire, un *abajour ébrasé*, qui est une voûte conique tronquée, le développement ne peut tomber que sur le demi-cercle 3 A G, qui est composé du double de la courbe *ya*, comprise entre le point d'inflexion *y*, jusqu'à celui de station *a* : par conséquent toute convexe, comme on l'a marqué à la troisieme figure *ya* Y au dehors, & concave au dedans en *fh* F.

On appelle point de *stations* les deux *b* & *a*, où la courbe cesse de s'éloigner, ou de se rapprocher du sommet *s*, & points *d'inflexions* *y* & Y, où elle se plie du concave au convexe ; mais si l'axe de la trompe CS étoit horizontal, pour une trompe biaise, ou une embrasure à mettre du canon en biais, on auroit besoin du développement du demi-cercle A 3 B, exprimé en entier en *bya* de la fig. 170 par dehors, concave depuis *b* en *y*, & convexe depuis *y* en *a*, & au contraire en dedans convexe de *f* en *k*, & concave de *k* en *h*, où sont les points d'inflexions de la courbe ; ce qui paroît singulier & difficile à comprendre, puisque dans l'enveloppement circulaire, ces deux courbes différentes doivent se ranger dans un même plan vertical.

Nous avons supposé jusqu'ici le cône tronqué par un plan parallele à sa base, qui donne une courbe semblable, laquelle est un cercle, s'il est supposé scalene; mais s'il étoit coupé obliquement, comme en E L, la courbe de la section seroit une *ellipse:* alors il y auroit quelque chose à changer dans le tracé du développement, non pour la surface, qui est supposée rester la même, égale au triligne mixte *b a s*, mais au contour intérieur *f k h*.

Le diametre donné E L étant perpendiculaire à l'axe, ou à peu près, & le plan de la section étant aussi perpendiculaire à celui du triangle par l'axe, & le diametre A B de plus grande obliquité; ce diametre E L sera le petit axe de l'ellipse E O L, & la ligne *c o*, la moitié de son grand axe, qu'il faut chercher par un profil particulier, qui sera la section d'un plan perpendiculaire au triangle de plus grande obliquité A S B; c'est pourquoi on élevera C M perpendiculaire sur C S, & égale au rayon C D; puis ayant tiré M S au sommet du cône, on lui fera une parallele par le point *c*, milieu de E L, qui coupera M S en *m*, la longueur *m c* sera la moitié du grand axe de l'ellipse, désignée par le contour E O L. On a donc déja quatre longueurs de côtés donnés pour le développement *Fig. 163.*

de cette section elliptique, qu'on portera
Fig. 170. sur le premier A*b* *a*S sur les lignes correspondantes, sçavoir, SE sur le grand côté S*a* en *se*; *s*L sur le petit côté *sb* en *sl*; S*m* du grand axe de l'ellipse sur *sy* en *sm*, & sur *sg* en M; & faisant passer par ces points une courbe E*m*LM*e*, on aura le développement de l'ellipse sur la surface du cône développée.

Il est aisé de voir qu'on peut chercher autant de points que l'on voudra entre les quatre donnés par des profils particuliers, sur les projections des points de la circonférence de la base 1, 2, 4, 5 dans le plan du profil ASB, comme l'on a fait sur l'axe CS.

S'il s'agissoit d'une section parabolique, comme pour une des faces d'une *trompe sur le coin*, ayant tiré par le sommet donné P une parallele au côté SB, on cherchera de même tous les points du développement de cette parabole par des profils particuliers, comme nous venons de le dire de l'ellipse, pour avoir la courbe *pr*R, sur le premier développement de la surface. Nous ne disons rien de l'hyperbole, parce que l'usage de cette courbe ne se trouve que dans les faces des voûtes coniques à plusieurs pans, étant d'ailleurs facile d'en trouver le développement comme des au-

tres sections, l'*axe* étant donné dans le plan du profil du cône.

S'il s'agissoit de réduire une double obliquité du cône, comme de biais & de talud de face, on la fera à peu près comme nous l'avons dit des cylindres : par exemple, soit l'angle SCA celui du biais d'un axe horizontal SC sur une face AB verticale, & l'angle PCT celui d'un talud qu'on veut lui donner, le diametre DE deviendra celui de la plus grande obliquité de la réduction du biais & du talud en une seule du biais, qui sera un peu plus grand, c'est-à-dire l'angle XCD plus aigu. *Fig.* 172.

Pour le démontrer, du point C pour centre, ayant fait un arc SX, & une perpendiculaire sur TE, par le point T, qui rencontrera l'arc SX au point X, on tirera XC, qui représente l'axe en différente situation, changée par le talud. Présentement si l'on compare les deux triangles SCP, SCT rectangles en P & en T, qui ont des hypoténuses égales (par la construction), & un côté TC plus grand que PC, il est clair que l'angle opposé TXC sera plus grand que PSC, & son complément XCT sera plus petit que celui de l'autre triangle SCP. C. Q. F. D.

Par ce moyen de réduire deux obliquités en une, il sera aisé d'en réduire une troi-

ſieme, comme de biais, talud, & deſcente ou montée, qui ſont tous les cas d'obliquités rectilignes.

Du développement des Priſmes & des Cylindres.

Si un priſme de baſe triangulaire ou d'un polygone quelconque eſt *droit*, c'eſt-à-dire perpendiculaire au plan de cette baſe, & que ſon oppoſée ſupérieure lui ſoit parallele, il eſt évident que chacune des ſurfaces qui l'enveloppent eſt un parallélogramme rectangle; il n'en eſt pas de même, ſi l'axe du priſme eſt oblique au plan de la baſe, ſuppoſée encore parallele à ſon oppoſée; ces parallélogrammes peuvent être tous obliquangles, il n'y en a de rectangles que ceux dont les côtés ſont perpendiculaires à la ligne de direction de l'obliquité, dont il ne peut y en avoir qu'un, ſi la baſe eſt un polygone de nombre impair, & deux, ſi elle eſt de nombre pair.

Soit pour exemple un priſme triangulaire, dont la baſe eſt le triangle ADB, *Fig.* 173. ſur laquelle il eſt incliné, ſuivant un angle donné *p*FS, qui en eſt le profil, mis par le côté ſur une ligne de baſe *d*F*p* perpendiculaire au côté AB, parce qu'on ſuppoſe que la ligne de ſon inclinaiſon *m*M lui eſt

perpendiculaire. Ayant abaiſſé du ſommet S la ligne SP perpendiculaire à la même, le point P ſera la projection du point S; & ſi l'on fait par ce point le triangle *abd* parallele à ABD, on aura la projection totale du priſme propoſé en ADB*bda*; on tirera enſuite la ligne D*d*, qui coupera *p*F prolongée en *d*, par où on menera *ds* parallele & égale à FS, & par le point F une perpendiculaire FN qui coupera *ds* au point N, la ligne *d*N donnera la longueur de l'obliquité, qui ſera la directrice du développement.

Ayant fait à la ſeconde figure la ligne *ab* perpendiculaire à *m*M pour répéter la ligne AB du plan horizontal, à laquelle on la fera égale, on menera par les points *a* & *b* des paralleles à *m*M, *a*I, *b*K, qu'on fera égales à FS du profil, & l'on aura le parallélogramme rectangle *a*IK*b* pour le développement de la ſurface, qui a AB pour baſe; enſuite on prendra la longueur *d*N, qu'on portera ſur *m*M de *f* en *n*, par où on menera la perpendiculaire indéfinie *r*R, qui ſera la directrice du développement, qui donnera l'obliquité des ſurfaces collatérales, en faiſant du point *a* pour centre, & AD de la premiere figure pour rayon, un arc de cercle qui coupera *r*R au point *r*, & du point *b* pour centre, & BD du

Fig. 176.

plan pour rayon, un arc qui coupera *r*R au point R. Si l'on tire des lignes de *a* en *r*, & de *b* en R, on aura les angles d'obliquité des parallélogr. collatéraux *ra*I*g* & *b*RGK, qu'il ſera aiſé d'achever, en menant des lignes paralleles & égales aux côtés donnés *ra*, *a*I, & au côté de l'autre ſurface, qui doit ſe joindre à celle-ci dans l'enveloppement en *rg*, RG, qui doivent ſe confondre en une ſeule arête de priſme. Si l'on ajoute à ces trois parallélogrammes les deux baſes oppoſées *adb*, IHK égales au triangle du plan ADB, on aura le développement des quatre ſurfaces qui enveloppent le priſme triangulaire. Si la direction de l'inclinaiſon avoit été oblique ſur le côté AB, comme dans la figure 174, il en auroit réſulté que tous les parallélogrammes auroient été obliquangles, comme cette figure le montre.

De cet exemple donné pour le plus ſimple des priſmes, il ſera aiſé de tirer la conſtruction du développement des plus compoſés, & même du cylindre, qu'on doit conſidérer comme un priſme d'une infinité de côtés.

COROLLAIRE.

Du développement des cylindres.

En ſuivant la ſuppoſition que les cylindres ſont des priſmes d'une infinité de côtés, on conçoit ſans peine que le développement d'un cylindre *droit*, c'eſt-à-dire dont l'axe eſt perpendiculaire au plan de ſa baſe, & qui a ſon oppoſée parallele, eſt un parallélogramme rectangle, compoſé d'une infinité d'autres, dont les petits côtés font la ſomme de la circonférence du cercle de la baſe; & que ſi l'axe eſt oblique ſur ſa baſe, tous ces petits parallélogrammes ſont inégalement obliques, comme ceux des priſmes, à meſure qu'ils s'éloignent où ſe rapprochent de la ſection, par la plus grande obliquité de l'axe; d'où il réſulte que ces différences d'obliquités de côtés de chaque parallélogramme compoſent une ligne courbe, partie concave, partie convexe, comme on va le voir par un exemple.

Soit un cylindre ABDE incliné ſur ſa baſe, Fig. 1. fig. 71 ſuivant un angle donné AEP, ou trouvé par le probl. 1, ch 1, part 2, pour celui de ſa plus grande obliquité ſur le plan de ſa baſe prolongée, ſi elle étoit double: on tirera du point E au côté oppoſé BD une perpendiculaire EN, qui ſera le petit diametre

d'une ellipse ELN, si le cylindre est scalene, & $mL = cB$ la moitié du grand axe, le développement du contour de cette ellipse sera la ligne directrice de celui de la surface totale, considérée comme composée d'un grand nombre de parallélogrammes, enveloppant un prisme, dont les petits côtés sont inégalement inclinés aux grands, dont la suite forme une courbe ondée, comme celle que nous a donné le développement d'un cône scalene.

Fig. 176. Soit ABED la section par l'axe & le profil d'un cylindre scalene, dont on veut faire le développement, ou si l'on veut, le plan horizontal d'un berceau *biais*, dont on veut développer les doëles plates des rangs de voussoirs de sa voûte.

Ayant tiré une perpendiculaire sur le diametre de la face ABH, & prolongé celui de la face opposée ED en P, la ligne PD exprimera le biais de la direction de l'axe CX, parallele à AD.

Par le point D, on tirera une perpendiculaire DR sur BE, qui sera le petit diametre d'une section du cylindre, dont $mh = CH$ sera la moitié du grand axe.

Ayant élevé sur AB le ceintre de face AHB, & l'ayant divisé en tel nombre de voussoirs qu'on voudra, par exemple, en cinq aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera de

ces points de divisions des perpendiculaires sur AB en *i k l n*, on fera la projection des lits par des lignes paralleles à l'axe, 1.5, 2.6, 3.7, 4.8, qui couperont le diametre D R de l'arc droit aux points o.o, &c. sur lesquels on portera les hauteurs *i* 1, *k* 2, CH 3 *l*.4 *n* en o 1, o 2, *ch*, o 3, o 4, qui donneront des points au contour de la demi-ellipse D*h*R.

On développera la courbe de ce contour sur une ligne droite DMR, mise à part, sur laquelle on portera de suite les cordes 1.2, 2.3, 3.4, 4.5 en Do¹, o², o³, o⁴, M, par lesquels on tirera des perpendiculaires indéfinies D*a* & les suivantes, partie en dessus, partie en dessous de la ligne DM, suivant les différentes longueurs des joints de lit, comprises par le biais dans le triangle DRE de la premiere figure: ainsi on portera o5 de la premiere figure en o'5 de la seconde; o6 de la premiere en o'6 de la seconde; o7 de la premiere en o'7 de la seconde: enfin o8 en o'8 de la seconde, & RE en MS de la seconde; & par ces points trouvés au contour du développement de la demi-ellipse de l'arc droit, on tracera à la main la courbe ondée D7S, qui sera la développée de la moitié de la base du cylindre, laquelle étant répétée en sens contraire en SG*d*, donnera le développement *Fig.* 177.

DS*d* de la base entiere, à laquelle on fera une courbe parallele de l'autre côté de la directrice DM*d* en *ac*FI*e*, le quadriligne mixte D*aed* sera le développement de la surface du cylindre, dont les côtés D*a* & *de* doivent se rejoindre & se confondre dans l'enveloppement.

Si au lieu de commencer ce développement au point A, on l'avoit pris au point H, la courbe auroit toujours été la même, mais un peu différente dans sa longueur, en ce qu'elle auroit eu de chaque côté une concavité *e*FI, & une convexité I*e h* complete, parce que les points G, H, I, *h* sont des points d'inflexions, au lieu que dans le développement précédent, la concavité n'est qu'à demi aux deux bouts, étant coupée au milieu par les lignes D*a* & *de*, qui sont les lignes de stations.

Si à ces deux contours ondés, dessus & dessous, on ajoute les deux cercles de la base du cylindre, on aura le développement de ses trois surfaces, sçavoir, de la courbe enveloppante, & de ses deux bases. *Ce qui étoit proposé.*

USAGE.

Ce problême est le fondement des traits de la coupe des doëles des berceaux biais d'une ou plusieurs obliquités, puisqu'on peut

peut les réduire à une ſeule, comme nous l'avons dit, ſurtout lorſqu'on travaille par panneau de *doëles plates*. Il faut ſeulement remarquer que, comme les voûtes ne comprennent jamais qu'une moitié de cylindre, leur développement à la doële ne s'étend qu'à la moitié de la longueur de la directrice D*d*, en quelque point du ceintre qu'on ſoit obligé de commencer, ou aux points de ſtation, provenant de A & B, ou aux points d'inflexions, provenant du ſommet H, & de ſon oppoſé *sd*, le cylindre eſt tourné de maniere à le mettre à la naiſſance de la voûte, au lieu du ſommet; ce qui peut arriver, même aux points intermédiaires. Ainſi dans notre exemple, le développement de la doële du berceau biais ABED eſt complet dans le quadriligne mixte D*a*FS, poſant D*a* ſur l'impoſte AD de la premiere figure, & SF ſur l'impoſte BE de la premiere figure.

Mais ſi le biais avoit été en talud, on auroit commencé en H, & le développement total de la doële auroit été compris dans le quadriligne mixte VCFIGSV; & à proportion s'il y avoit eu du biais & du talud, auquel cas le côté oppoſé au concave donne du ſurplomb, ſi le développement eſt de courbes paralleles entr'elles; ce qui ne ſe peut rencontrer dans l'exé-

cution, que pour les voûtes appuyées sur d'autres en lunettes.

Nous avons supposé jusqu'ici les cylindres scalenes, dont l'axe est oblique sur le plan d'une base circulaire; mais s'il l'étoit sur une base elliptique, il n'y auroit rien à changer à la construction pour avoir le développement du contour de l'ellipse, parce que l'ellipse n'est qu'un cercle alongé, qui donneroit plus ou moins de différence de l'arc droit à la base, c'est-à-dire de diametre à diametre; ce qui donneroit toujours des points de *stations* aux grands axes, & des points d'*inflexions* aux petits, où la courbe du développement se plie du concave au convexe, en changeant de directions; ce qui paroîtra encore mieux par les développemens composés dont nous allons parler.

Du développement d'un cylindre creux, composé de la surface concave & convexe, rassemblés sur un même plan de description. (En termes de l'Art relativement aux voûtes) *du développement de doële & d'extrados d'un berceau, rassemblés dans une même épure, & des surfaces planes des joints de lits, étendues chacune dans leur place.*

Soit pour exemple le plan ou la projection

161
162
163
165
170
171
172
177
C
S
L
K
E
D
H
G
M
N
B
P
F
I
V
Y



horizontale d'un berceau *biais* & en *talud*, le parallélogramme obliquangle ABED, ſuivant l'angle aigu DAB du biais ſur la face AHB, repréſentée ici en projection de ſon talud par la demi-ellipſe AVB, pour l'arête de l'extrados, & *aub* pour celle de la doële, leſquelles ſont diviſées en vouſſoirs par les joints tirés au centre C, 5.1, 6.2, 7.3, 8.4, raccourcis par la projection horizontale. *Fig.* 178.

Sur l'axe ou le côté de ce parallélogramme, on tirera une perpendiculaire DR pour un des diametres de l'*arc droit*, qui eſt ici le petit axe d'une ellipſe, dont CA ou CH, rayon du ceintre primitif, tranſporté en *ms*, donnera la moitié du grand axe, par le moyen duquel on peut la décrire, & ſa concentrique *dsr* avec l'axe donné *dr*, & le rayon C*a* ou C*h* ſans avoir recours aux à-plombs du ceintre primitif AHB à l'extrados, & *ahb* à la doële : par la même méthode, on peut décrire l'ellipſe de projection de la face en talud AVB, & ſa concentrique *aub* avec les grands axes donnés AB, *ab*, & les moitiés des petits axes à la projection du talud B*u*, BV.

Nous faiſons ici cette obſervation, pour montrer que l'on peut ſe paſſer d'un ceintre primitif vertical, qui n'eſt ici qu'imaginaire & ſuppoſé, puiſque la face ne doit

pas être verticale, mais en talud, comme le montre le profil VBT : car on pourroit faire servir l'ellipse de projection A*u*B, & son asymptotique concentrique *aub* de ceintre primitif, en divisant sa circonférence en parties égales ou inégales aux points 5, 6, 7, 8, d'où on tireroit des joints de tête du centre C, sçavoir, 5.1, 6.2, 7.3, 8.4, par lesquels on meneroit des paralleles à l'axe CX, ou au côté AD, qui couperoient l'ellipse de l'arc droit aux points *c*, *f*, *g*, I, d'où l'on tireroit aussi des joints à l'axe CX au centre *m* de l'arc droit.

Il faut remarquer que quoique les deux ellipses de projection de face & de l'élévation de l'arc droit, ne sont pas divisées par cette opération, suivant la regle que nous avons donnée par des lignes perpendiculaires à la tangente du point de division, parce que ces perpendiculaires, par exemple, aux points 5 & *e* ne seroient pas paralleles entr'elles, comme le joint de tête 5.1, ne seroit pas parallele à *ek*; d'où il résulteroit que la surface du lit ne seroit pas plane, mais gauche ; ce qu'il faut éviter, autant qu'il est possible, au lieu qu'en tirant les joints de tête dans la même direction à l'axe, les lits sont des parties planes d'un parallélogramme par l'axe du cylindre, dont il importe aussi de connoî-

de l'obliquité des joints de tête sur les côtés, comme on le verra ci-après.

Suppoſant donc qu'il ne s'agit ici que de faire un développement, ſans égard à une diviſion exacte en vouſſoirs, faiſant ſervir de ceintre primitif celui de la projection de face AVB, & que le berceau eſt terminé à ſa face poſtérieure par un plan vertical, qui eſt en plein ceintre, égal à celui qu'on a ſuppoſé en AHB ſur le diametre DE = AB.

On tirera par tous les points, 5, 6, V, 7, 8 à l'extrados, & 1, 2, *u*, 3, 4 pour la doële, des paralleles à la direction AD du berceau, qui couperont le diametre de l'arc droit DR en 5^r, 6^r, m 7^r, 8^r, & à la doële en 1^r, 2^r, m 3^r, 4^r, & le diametre poſtérieur DE en 5^t, 6^t x 7^t, 8^t pour l'extrados, & 1^t, 2^t, 3^t, 4^t pour la doële: on aura tous les points néceſſaires pour faire le développement des deux ſurfaces de doële & d'extrados dans le même plan & ſur la même directrice, comme on va le montrer.

Ayant tiré en un lieu commode une ligne droite indéfinie pour ſervir de directrice du développement propoſé, comme en D^u, R^u, & ayant pris un point M pour le milieu des intervalles développés, on portera de part & d'autre de ce point ſucceſſivement les cordes du ceintre de l'arc

droit, sçavoir, S, 6°. 6°. 5°. 5°, D d'un côté, & de même de l'autre jusqu'en R pour l'extrados; ensuite pour la doële de même, à commencer du même point M, les cordes S, 2°. 2°, 1°. 1° *d* d'un côté, & autant de l'autre jusqu'en *r*; ce qui donnera les points D^v, R^v pour les extrêmités de l'extrados, & d^u, r^u pour celles du développement de la doële.

Par tous ces points & tous les intermédiaires, 5^v, 1^v, 6^v, 2, &c. on menera des perpendiculaires indéfinies de part & d'autre de la directrice D^v, R^v, sur lesquelles on portera les distances de cette ligne aux points de projection sur la premiere figure du plan, sçavoir, D A du plan en D^v, A^v, 5^r, du plan en 5^v; 5^r, 6^r, du plan en 5°, 5^v; *m*7 du plan en M7^v du développement, ainsi du reste, pour un des côtés de la directrice, où est la projection de la face: ensuite on reprendra pour l'autre côté du derriere les distances de l'*arc droit* D R à la face postérieure D E, lesquelles donneront les points 5^t, 6^t, 7^t, 8^t, & *e*, distance de R E du plan, & par tous les points trouvés au développement de la face à la doële, on tirera la courbe a^v, 1^v, 2^v, 3^v, 4^v, & à celle de l'extrados, A^v, 5^v, 6^v, 7^v, 8^v, B^v, qui sont ici comparées sur le même plan, où l'on voit leur différence de contour &

de longueur. Il en réſultera une autre à la face poſtérieure, qui differe autant en longueur, mais beaucoup moins en ondulation de contour, parce qu'on ne lui ſuppoſe point de talud comme à la premiere.

Les Auteurs de la coupe des pierres, non contens de faire le développement de ces contours, pour montrer l'obliquité de chaque portion de développement, qui comprend un rang de vouſſoir entre deux paralleles, qui ſont les joints de lit, ajoutent encore, pardeſſus, les ſurfaces de ces lits, qui ſont des parallélogrammes rectangles dans les berceaux droits, obliquangles dans les biais, & en trapeze lorſque les faces antérieures & poſtérieures ne ſont pas paralleles entr'elles, ou lorſqu'étant biais par la tête, un vouſſoir n'eſt pas aſſez long pour atteindre à la face oppoſée de ce même biais; car alors le joint de tête doit être parallele à l'*arc droit*, perpendiculaire à l'axe, c'eſt-à-dire à la direction de la voûte: ainſi la doële plate d'un tel vouſſoir eſt biaiſe par un bout, & quarrée par l'autre, comme celle qui ſe termineroit à l'arc droit, 6^v, 7^v, 6^t, 7^t du développement.

Je compare ici les ſurfaces des lits avec celles des doëles plates, parce qu'on en trouve les côtés de la même maniere, &

qu'ils font communs aux paremens intérieurs & extérieurs à la doële & à l'extrados ; ainsi leurs longueurs sont égales à celles des distances de l'arc droit, & de la projection de la face verticale, ou bien en talud, comme est celle de notre plan de la premiere figure ; mais comme leur largeur, entre les deux surfaces de doële & d'extrados, dépend de celle de l'épaisseur de la voûte ; il peut arriver qu'elle est plus ou moins grande que celle de la doële : d'ailleurs les côtés formant les deux têtes, sont toujours des lignes droites, au lieu que ceux des doëles plates sont des cordes qui sont les soûtendantes des arcs des doëles concaves, auxquelles il faut enfin les réduire : ainsi, si l'épaisseur de la voûte est uniforme, les largeurs des lits sont égales ; & si elle ne l'est pas, comme lorsqu'on en épaissit les reins, elles deviennent aussi inégales en largeur.

Cette largeur étant déterminée à angle droit, on aura l'obliquité des joints de tête, en portant sur les joints de lit à la doële & *Fig.* 179. à l'extrados les différentes longueurs données par la projection, soit, par exemple, la surface du quatrieme lit de notre voûte à décrire, dont la projection est le trapeze, 4, 8, 9, *k*, & dont les joints de lit 4*k*, 8, 9 coupent l'arc droit DR aux points *x*, *y*.

Ayant tiré une ligne dr pour une portion du diametre de cet arc, on y portera pour la largeur du lit, l'épaisseur de la voûte I O prise au joint de tête de l'arc droit, & aux points I, O de la ligne dr, par lesquels on tirera des perpendiculaires indéfinies, sur lesquelles on portera, de part & d'autres, les longueurs de la projection, sçavoir $x 4$ en I 4, y 8 en o 8; & l'on tirera la droite 4.8, qui sera le joint de tête de la face en talud. De même de l'autre côté y 9 en o 9, & x 7 en I 7, le trapeze 4.8.9.7 sera le développement de celui qui est marqué des mêmes chiffres à la projection, dont il ne differe que par l'intervalle des côtés paralleles, qui est plus petit en xy que la largeur donnée IO; d'où il résulte que les angles des têtes sont plus aigus dans la projection que dans le développement mis à part.

On trouvera de même toutes les surfaces des autres lits, lesquelles, quoique de même largeur, si l'épaisseur de la voûte est uniforme, différeront à leurs têtes antérieures & postérieures par le plus ou moins d'ouverture de leurs angles, parce que les joints de lit qui les terminent, sont inégalement longs, étant évident que le talud les raccourcit à mesure qu'ils approchent de la clef.

Pour montrer toutes ces différences d'un coup d'œil, les Auteurs de la coupe des pierres les rassemblent, en les couchant sur le développement du côté où ils doivent être placés en exécution sur le joint de lit de doële qui leur est commun, comme l'on voit à la figure 178, en observant de les tourner, les uns d'un côté de l'extrados, & les autres de l'autre, afin que ces surfaces des lits ne recouvrent pas trop celles des doëles : cette expansion n'est pas inutile dans le *trait* sur le papier, parce qu'elle avertit des inégalités des angles des têtes ; mais elle n'est pas nécessaire dans l'épure, sur laquelle on prend les mesures ; il est moins embarrassant de les tracer chacune à part, parce que la multiplicité des lignes & des angles, & la confusion, donnent souvent occasion de se tromper, en prenant l'un pour l'autre.

REMARQUE.

On peut demander ici pourquoi la courbe ondée du développement de l'arc de face, les points de station & d'inflexion ne se trouvent ni au commencement ni au milieu comme dans le développement précédent.

La raison en est toute simple, c'est que les deux obliquités de *biais* & de *talud*

n'ont pas été réduites en une ſeule, comme dans le problême précédent, le diametre qui paſſe par les naiſſances de la voûte n'étant pas celui de la plus grande obliquité de l'axe ſur le plan de la face : car nous avons fait remarquer que lorſque cet axe lui eſt incliné, il fait des angles inégaux avec tous les diametres, plus ou moins aigus & obtus, & les points de *ſtations* du développement ſont aux extrêmités de celui qui fait avec l'axe l'angle le plus aigu de tous, & ceux d'inflexions ſont à l'extrêmité de celui qui eſt perpendiculaire à ce diametre, & par conſéquent à l'axe, parce qu'il eſt entre les aigus & obtus, qui changent la direction du concave au convexe, & qu'on peut appeller le diametre de nulle obliquité.

Du développement des polyëdres pour ſuppléer à celui de la ſphere & des ſphéroïdes.

On voit dans les Elémens de Géométrie qu'il n'y a que *cinq corps réguliers*, c'eſt-à-dire enveloppés d'un certain nombre de ſurfaces égales entr'elles, & régulieres dans le contour d'un polygone, qui ne peut être que de trois, quatre ou cinq côtés égaux entr'eux.

Le premier de ces corps & le plus ſim-

ple est le *tétraëdre*, enveloppé par quatre triangles équilatéraux.

Le second par six quarrés, est appellé *cube*.

Le troisieme par huit triangles équilatéraux, est appellé *octaëdre*.

Le quatrieme par douze pentagones, *dodécaëdre*.

Le cinquieme par vingt triangles équilatéraux, s'appelle *icosaëdre*.

Il seroit superflu de parler de ces développemens pour l'arrangement de leurs surfaces, il suffit de se rappeller ce que nous avons dit, qu'on ne peut assembler des angles à un même sommet, qu'autant que leur somme n'égalera pas quatre angles droits, parce que les angles solides, compris par plusieurs surfaces, sont toujours & nécessairement moindres que quatre droits.

Il est évident que si l'on émousse les *carnes* de ces angles solides, on arrondit le corps de plus en plus; mais il arrive que ces mutilations produisent de nouvelles surfaces différentes; en abattant les angles solides d'un tétraëdre, on change les triangles équilatéraux en exagone, & alors ce corps n'est plus régulier, étant composé de triangles de la nouvelle section, & d'exagones formés par leur mutilation.

Pareils émouſſemens d'angles au *cube* font des *octogones*, au lieu des quarrés qui l'enveloppoient, ainſi des autres ; de ſorte que les développemens de ces nouveaux ſolides ſont compoſés de polygones inégaux en grandeur & en nombre de côtés ; & quelque compoſition que l'on faſſe de figures égales, on ne peut en former un ſolide, compris par un plus grand nombre de côtés, que par vingt triangles équilatéraux.

Delà nous concluons que c'eſt celui qui approche le plus de la figure de la ſphere : mais ſi on veut l'envelopper de figures planes, réguliérement inégales, on peut approcher infiniment de ſa rondeur ; en voici le moyen le plus convenable & le plus facile.

Si l'on coupe la ſphere par un plan paſſant par ſon axe P*p*, cette ſection ſera ſans doute un cercle E*pgp* ; & ſi on la coupe encore par le même axe d'une petite diſtance E*a* vers le milieu, on aura une tranche, comme d'un melon, tracée par la nature des côtes, qu'on peut déployer ſur une ſurface plane en fuſeau, comme on voit en F*u*S*e*, dont la ligne droite du milieu eſt le développement d'un demi-cercle PM*p*, que la Géométrie ne peut encore trouver que par une approximation, la-

Fig. 180. fig. 160 & 183.

quelle eſt cependant ſuffiſante par la pratique ; enſuite on peut diviſer cette ligne droite en autant de parties qu'on veut, qui donneront des trapezes reſſerrés de plus en plus, à meſure qu'on approche du pole ; c'eſt ainſi que l'on fait les fuſeaux de papier pour envelopper les globes ſur leſquels on décrit les lieux de la terre, ou les conſtellations des cieux.

Les Auteurs de la coupe des pierres diviſent à peu près de même la ſurface de la ſphere, quoique d'une maniere différente, en la ſuppoſant compriſe par une grande quantité de zones coniques qu'ils ſous-diviſent en portions de méridiens pour former les joints de tête ; enſorte que de l'une & de l'autre façon, on y conſidere une infinité de trapezes.

L'avantage qu'on trouve à cette ſeconde maniere, c'eſt qu'elle conſerve une des deux courbures de la ſphere, qui eſt la parallele à l'équateur ; mais elle ne peut conſerver l'autre, qui eſt celle des méridiens courbes d'un pole à l'autre, au lieu qu'à la précédente maniere, la ſphere eſt ſenſée réduite en polyëdre inſcrit ou circonſcrit à ſa ſurface ; l'inſcription dans la concave donne le moyen de faire uſage des doëles plates, pour parvenir à l'excavation de la double courbure de concavité paralléle-

ment à l'équateur, & croisée par celle des portions de méridiens, c'est-à-dire des arcs de cercle dirigés au pole, qui est ordinairement le milieu de la clef du sommet, lequel dans cette position est le seul apparent; mais par une autre position de l'axe de niveau, on peut les voir tous deux à l'imposte de la voûte, si l'hémisphere est est complet, ou du moins un seul, si la voûte est en niche, & qu'elle n'en comprenne que la moitié.

J'ai donné dans le quatrieme Livre de ma Stéréotomie les moyens de faire usage de l'une & de l'autre réduction de la sphere en polyëdre ou en zones coniques, en faisant remarquer les avantages & désavantages de chacune de ces méthodes, & corrigeant les erreurs dans lesquelles sont tombés les Auteurs qui m'ont précédé, en suivant celle des zones coniques, particuliérement quand il s'est agi d'en faire de différentes directions qui se croisent comme dans certaines dispositions des lits de voussoirs, formans dans sa surface concave des arrangemens, dont la projection horizontale donne des polygones réguliers.

Du développement des Hélices.

Il ne faut pas confondre le mot d'*hélice*

avec celui de *ſpirale*, comme font pluſieurs perſonnes du monde, qui ne ſont pas initiés dans la Géométrie. La ſpirale eſt une courbe plane, c'eſt-à-dire qu'on peut décrire ſur un plan, mais une hélice eſt une courbe à double courbure, qui ne peut être tracée que ſur une ſurface concave ou convexe.

L'hélice cylindrique eſt la courbe de l'arête d'une vis, tournant à diſtance de ſon axe de la longueur du rayon de la baſe du cylindre, & d'un mouvement toujours uniforme en deux ſens, ſçavoir, en circuit, & en montant ou deſcendant parallélement à lui-même, & en tems égaux ; ce qui produit une double courbure, provenant d'un double mouvement, l'un vertical, l'autre horizontal, tel eſt celui d'un eſcalier, tournant autour d'un noyau.

L'hélice conique differe de celle-ci, en ce qu'elle s'approche ou s'éloigne continuellement de ſon axe.

Puiſque les ſurfaces de ces deux corps de cylindre & de cône peuvent être développées, il eſt clair que les hélices qui y peuvent être décrites, ſont auſſi ſuſceptibles de développement ſur une ſurface plane.

D'où il ſuit que celles qui ſeroient tracées ſur une ſurface à double courbure, comme

comme la ſphere & les ſphéroïdes, ne pourroient être développées, puiſque celles de ces corps ne peuvent l'être, comme nous l'avons dit.

Le développement d'un cylindre droit vers ſa baſe, eſt, comme l'on ſçait, un parallélogramme rectangle, dont la diagonale doit être le développement pour une révolution d'hélice réguliere, c'eſt-à-dire qui s'éleve d'un mouvement uniforme, compoſé de l'horizontal & du vertical, & continuer en ligne droite pour une ſeconde, troiſieme, &c. révolution de même mouvement; ce qui ſe préſente aſſez à l'imagination pour n'avoir pas beſoin d'autre démonſtration, puiſque c'eſt le réſultat des mouvemens compoſés, dont le principe eſt ſi fécond dans les mathématiques.

Il n'en ſera pas de même ſi le cylindre étoit ſcalene ou droit ſur une baſe elliptique, parce qu'alors le mouvement horizontal n'eſt pas uniforme, en ce que l'hélice s'écarte plus en certains endroits de ſon axe qu'en d'autres, quoique le vertical le ſoit; d'où il réſulte un développement en ligne courbe. Par la même raiſon, le développement d'une hélice ſur la ſurface du cône, développée, ne doit pas être une *ligne droite*, puiſque le mouvement hori-

zontal se resserre en s'approchant continuellement de l'axe jusqu'au sommet, où il se réduit à rien; d'où il résulte une ligne courbe, parce qu'en divisant ce mouvement en petites parties de trapezes, comme des parallélogrammes de même hauteur & d'inégale largeur, il est clair que leurs diagonales ne se continuent pas en ligne droite, mais font un angle, en changeant de direction.

COROLLAIRE.

Puisque le nombre des révolutions autour d'un cylindre dépend du mouvement vertical déterminé par l'ouverture de l'angle de la diagonale, à l'égard d'une face horizontal, il suit que cet angle, pouvant infiniment varier, on peut faire passer une infinité d'hélices différentes entre deux points donnés sur le cylindre, qui feront plus ou moins de révolutions pour atteindre à la hauteur donnée, comme des vis dont l'intervalle qu'on appelle le *pas*, peut être aussi serré ou écarté que l'on voudra, dont le développement sur la surface du cylindre sera toujours une ligne droite, s'il est égal: ainsi pour tracer une hélice sur un cylindre ABED, ayant *dégauchi*
Fig. 181. (en terme de l'Art) les deux diametres opposés de la base supérieure AB & de

l'inférieure DE, par le moyen de deux regles paralleles, on tirera de leurs extrêmités A & D & B & E, deux lignes droites sur la surface du cylindre, qui seront telles, parce qu'elles seront les côtés droits du cylindre & ceux du parallélogramme par l'axe ABED : ensuite ayant divisé la hauteur DA en autant de pas qu'on voudra, par exemple, un & demi qui font trois moitiés aux point *f g*, on fera avec du carton ou une lame de plomb ou de ferblanc, un triangle rectangle FE*d* dont EF sera égal au tiers de la hauteur, & le côté E*d* égal à la demi-circonférence de la base du cylindre EID; puis appliquant le côté EF sur celui du cylindre, & pliant ce triangle sur sa surface convexe ou concave, en sorte que le point *d* du triangle soit appliqué & plié en D, on tracera le long de son hypoténuse, servant de regle, la courbe D*k*F qui sera l'hélice demandée : on portera en second lieu le même panneau en-triangle sur le côté opposé AD, à la premiere division *f* & à la seconde *g*, & l'on repliera en sens contraire le même carton ou lame de plomb, avec lequel on tracera le long de son hypoténuse F*g* (qui étoit ci-devant F*d*), la moitié de l'hélice du derriere F*lg*, ainsi de suite, comme la figure le montre; &

l'on aura une révolution & demie D F *g* B. *Ce qu'il falloit faire.*

Il eſt clair que cette pratique ne peut être appliquée au même uſage ſur un cylindre ſcalene, non plus que ſur un droit, ſur une baſe élliptique, ni ſur une ſurface conique, parce que le développement des hélices en ces cas, n'eſt pas une ligne droite, comme nous l'avons remarqué ci-devant. On a déja été préparé à cette connoiſſance par les courbes ondées des développemens des baſes des cylindres & cônes ſcalenes, que nous avons trouvés par les problêmes précédens.

Pour tracer ces hélices, il faut tracer ſur les ſurfaces de ces corps, autant de côté droits qu'on voudra avoir de point à chaque révolution, & diviſer de même la hauteur du *pas* donné & monter à chaque ligne droite d'une de ces diviſions,
Fig. 182. & avec une regle pliante fort étroite, appliquée de point en point, on tracera l'hélice demandée ſur une ſurface concave ou convexe de cylindre ou de cône.

S'il s'agiſſoit d'en tracer une ſur une ſurface ſphérique, on traceroit des arcs de méridiens au pole, ſur leſquels diviſés en proportion, on monteroit d'une diviſion en paſſant d'un méridien à l'autre.

USAGE.

La description des hélices tombe assez souvent en pratique, pour la formation des vis, des colonnes torses, & les faux limons en tour creuse des escaliers tournans sur un noyau.

Application des principes de projections horizontales, verticales, & de développement à la pratique des traits de la coupe des pierres.

PROBLEME GENERAL

Pour les voûtes cylindriques & coniques.

Les élévations de deux faces opposées, tracées dans des plans supposés paralleles entr'eux, & réunies dans le même, par la projection verticale, avec la projection horizontale de leurs intervalles étant données, *trouver la figure de chacune des parties de la surface d'une voûte cylindrique ou conique, réduite en prisme ou en pyramide par des doëles plates, passant par les cordes des arcs des divisions en voussoirs.* (En termes de l'Art) *Une double élévation des faces de devant & de derriere, avec le plan & profil d'une voûte en berceau ou conique, étant donnés, trouver les panneaux de lit de tête & de doële plate.*

Ce problême peut être considéré comme une solution générale, applicable à toutes sortes de variations de voûtes cylindriques & coniques, comme nous allons le montrer par des exemples particuliers des différens cas qui peuvent tomber en pratique.

1°. S'il s'agit d'un berceau *droit* sur une face verticale, sa direction étant également perpendiculaire sur la face antérieure & la postérieure, il est évident qu'une seule élévation est équivalente à deux.

2°. Si le berceau est *biais*, c'est-à-dire oblique sur ses faces, égales entr'elles, la double élévation sera transportée de droite à gauche d'une distance horizontale qui sera égale au sinus verse BV de l'angle du biais DCX = EBV.

3°. Si le berceau est en descente simple, c'est-à-dire sans aucune obliquité sur la direction horizontale de sa face, ce qu'on appelle *descente droite*, la distance de l'élévation antérieure au dessus ou au dessous de la postérieure sera réglée sur une ligne verticale par la somme de la hauteur des marches de cette descente ou montée; ce qui est la même chose.

Fig. 183.

4°. Si la descente ou montée est *biaise*, elle sera placée à droite ou à gauche à la distance de cette déviation, mesurée sur la projection horizontale, depuis le plan

vertical, paſſant par l'axe d'un berceau, qui ſeroit ſuppoſé comme le précédent en deſcente droite.

Par où l'on voit que connoiſſant toutes ces différences de poſitions dans l'intervalle horizontal des deux faces, on parviendra auſſi à connoître celles de leurs parties proportionnelles, ſçavoir, à la moitié de la profondeur, la moitié de leurs différences à droite ou à gauche en haut ou en bas.

Ce que nous avons dit des variations des ſituations des voûtes en berceaux cylindriques, s'applique auſſi aux coniques tronquées, comme les voûtes en canonnieres, quoiqu'un peu plus difficiles que les ſimples berceaux, comme nous le montrerons plus ſenſiblement par des exemples détaillés : car on peut conſidérer les berceaux comme des cônes, dont les ſommets ſont infiniment loin ; d'où il ſuit que les projections des joints de lit, qui ſont convergentes dans les voûtes coniques, ſont paralleles dans les cylindriques, & que l'exemple d'un trait de conſtruction, formé ſur les premieres, devient beaucoup plus facile dans les ſecondes : c'eſt pourquoi nous choiſirons les plus difficiles pour l'inſtruction.

PREMIER EXEMPLE.

S'il s'agit d'un berceau horizontal droit sur sa face, il est évident que tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux d'un voussoir, est donné, dès qu'on a le plan & l'élévation.

Car 1°. la projection horizontale donne les longueurs des joints de lit, qui sont paralleles à ceux de la voûte, qu'on suppose de niveau.

2°. Leur intervalle est donnée à l'élévation par les cordes des arcs compris dans les divisions des joints de tête, si le berceau est droit, d'où l'on tire la figure de la doële plate en parallélogramme rectangle.

3°. La surface des lits est donnée pour les longueurs dans le plan, & pour les largeurs dans l'élévation aux joints de tête entre la doële & l'extrados en parallélogramme rectangle.

4°. Les panneaux de tête sont donnés à l'élévation, lesquels sont des portions de couronnes de cercle, comprises entre les deux joints de tête.

SECOND EXEMPLE

Pour une voûte conique droite, complete ou tronquée.

La double élévation & la projection horizontale étant données pour l'appareil d'une voûte conique, tronquée *droite* sur ses faces, on a tout ce qui est nécessaire pour faire les panneaux des voussoirs.

1°. Ceux de lit sont exactement donnés au plan horizontal en A *a d* D ou en *e* E B *b*, épaisseur de la voûte à son imposte, comme il est clair, si on la suppose uniforme, & quand même elle seroit plus épaisse aux reins qu'à la clef, il n'y auroit point de changement dans les angles des têtes antérieurs & postérieurs A *a d* obtus, & D *d a* aigus : la différence ne tomberoit que sur la différence de l'épaisseur aux reins qui élargiroit le panneau sans l'alonger. *fig. 184.*

La raison de cette égalité de surface des lits est facilement conçue par l'uniformité du mouvement de la génération du cône, par la révolution du triangle rectangle, par l'axe *b* C X tournant sur son côté X C.

D'où il suit encore que tous les joints de lit étant égaux à ceux de l'imposte *a d*, *be* on a la valeur de leurs projections dans

le plan horizontal où leur longueur eſt toujours raccourcie, parce que ces joints de lit ne ſont pas en ſituation horizontale, comme à la projection, mais inclinés à l'horizon de plus en plus, à meſure qu'ils approchent de la clef.

2°. Parce que tous les panneaux de doële plate ſeront égaux entr'eux, & à celui de la clef, on peut en trouver les meſures & la figure par le moyen des cordes des deux élévations diviſées proportionnellement en vouſſoirs, comme il ſuit. Ayant tiré deux lignes indéfinies perpendiculaires l'une à l'autre comme MS, N*n* on portera la longueur d'un joint de lit pris en *ad* du plan ſur M*s* en *m*, par où on menera *r*R parallele à N*n*, enſuite des points M & *m* on portera de part & d'autre la demi-largeur d'une corde de l'axe *d*1, de la diviſion du cintre de face & de celui de derriere G 5, dont on a les élévations *dhe*, & GH*g*; de M en *d* & en 1 ſur N*n* & en G & en 5 ſur *r*R, & par les points trouvés on tirera les lignes *d*G & 1. 5, qui termineront le trapeze G 5. 1 *d* qui ſera le panneau de la doële plate d'un vouſſoir, qui ſervira pour tous, ſi la diviſion eſt faite en parties égales.

Fig. X.

3°. Les panneaux des têtes antérieures & poſtérieures ſont donnés aux deux élé-

vations, comprenant une portion de couronne de cercle chacun, comme Dd 1. 3, & les suivans 3. 1 ; 2. 4. sur le devant, & F G 5 1 & 1. 5. 6. 2 sur le derriere.

Nous ne parlons point des panneaux d'extrados qui sont de peu d'usage, parce qu'ils sont rarement apparens, & qu'étant convexes & terminés par deux arcs de cercles mis dans leurs positions relatives, on peut, s'il falloit les former, abattre la pierre entre les deux arcs des têtes, à la regle posée de l'une à l'autre, suivant la direction de la voûte, c'est-à-dire de l'axe qu'on y doit supposer, au sommet duquel S tous les côtés du cône doivent tendre en ligne droite; ce qui se fait en posant la regle proportionnellement sur les deux arcs de tête qui sont inégaux, sçavoir du milieu du grand au milieu du petit, du tiers de l'un au tiers de l'autre, ainsi du reste, en sorte que la regle ne soit pas parallele à la tête du joint de lit, mais concourant au même sommet S du cône ; car pour peu qu'elle fût inclinée, elle tomberoit sur la convexité d'une section hyperbolique, à laquelle une regle droite ne peut être adaptée.

TROISIEME EXEMPLE

Pour les voûtes biaises cylindriques.

Les mêmes projections verticales des élévations antérieures & postérieures rassemblées dans leurs positions respectives, & l'horizontale des joints de lits étant données, on aura facilement tout ce qui est nécessaire pour faire les panneaux ou modeles des surfaces planes qui enveloppent un voussoir quelconque, lesquelles se réduisent à cinq, ne comptant pas l'extrados qui est rarement vu; 1°. sçavoir la doële plate, 2°. deux lits de dessus & de dessous, & deux têtes portions des faces antérieures & postérieures.

1°. Les longueurs des joints de lit sont toutes données étant paralleles & égales, en œuvre, & au plan horizontal, parce qu'on suppose la voûte de niveau par ses impostes.

2°. Les cordes des divisions des arcs de face B 1, 1, 2, &c. sont aussi données dans les élévations; on a donc déja deux côtés des panneaux de doële, avec lesquels on
Fig. 183. fig. 185. pourroit former les parallélogrammes qui sont les modeles des doëles plates, si le berceau étoit droit, parce que leurs angles seroient aussi droits; mais à cause de l'o-

bliquité de sa direction, aucun d'eux n'est rectangle, ni également obliquangle, les uns plus les autres moins, suivant leur obliquité à l'horizon ; de sorte que le plus oblique de tous est celui de la clef, parce que la corde *f* 3 étant de niveau, elle est parallele à la projection horizontale. D'où il suit que le panneau de cette clef *y* est donné dans toutes ses mesures *k l n p*, dont les angles obtus & aigus sont égaux à ceux de la direction du berceau CX, sur ses faces B*d*, ED.

Il n'en est pas de même des autres panneaux de doële, il faut chercher cette obliquité qu'on trouve par une maniere fort simple ; il ne s'agit que de tirer une perpendiculaire de l'extrêmité d'une des projections des joints de lit à l'autre, comme pour la seconde doële de *p* en R : la distance PR étant horizontale est donnée dans la mesure : ainsi dans le triangle rectangle PR*p*, on a deux côtés donnés PR, & la corde de tête 1. 2 ou *ef*, qui est la valeur de la projection P*p*, & l'angle droit PR*p* : on aura donc l'angle *p*PR que l'on cherche en posant à volonté un angle droit *o*R*y* à part, & prenant R*o* égal à RP, & avec le compas ouvert de l'intervalle de la corde *ef* ou 1. 2 & posé au point *o* pour centre, on fera un arc en 2 *y* Fig. 184.

qui coupera la perpendiculaire en *y*, d'où par le point *o* on tirera *oy* qui sera la valeur de la projection P*p*: ainsi l'angle *yo*R est celui de l'obliquité de la tête du second panneau de doële plate.

Il est clair que pour avoir celui de la premiere, on doit tirer du point P une perpendiculaire P*r* sur E*b* & opérer de même, & on aura un agle plus ouvert que *yo*, parce que le côté *b r* étant plus petit que PR, & l'hypoténuse étant la même que dans le triangle précédent, l'angle qui lui sera opposé sera plus petit: par conséquent son complément sera plus grand. Ce qu'il falloit démontrer.

On voit qu'il en sera de même des surfaces des lits, mais dans un sens contraire, c'est-à-dire que le parallélogramme le plus oblique qui en doit faire le panneau, est celui de l'imposte *abEg*, & que les suivans approchent de plus en plus du droit, parce qu'au contraire des doëles, leur projection se rétrecit en montant, en sorte que s'il y avoit un lit au milieu de la clef, il seroit rectangle, comme nous l'avons démontré ci-devant, en parlant des points de station du développement du contour des bases des cylindres scalenes. Au reste, leur obliquité se trouvera, comme nous venons de l'enseigner pour les doëles, par

exemple le premier lit eſt celui de l'impoſte dans ſes meſures au plan horizontal $abEg$: pour avoir le ſecond, paſſant par la tête 1.5, dont la projection de l'extrados tombe en p^5, on tirera par ce point une parallele à bE, qui eſt le joint de lit commun à la premiere doële, & l'on tirera Pz ſur p^5t, qui donnera la ligne p^5z pour un côté du triangle rectangle à former, & le joint de tête pris ſur l'élévation, pour l'hypoténuſe qui ſera le rayon pour l'arc bv qui coupera zv en v; l'angle vp^5z ſera celui de l'obliquité du lit de deſſus du premier vouſſoir, qu'il falloit trouver; ainſi des autres. Fig. 185.

On peut remarquer que la double face projettée ſur un même plan, n'étoit pas ici néceſſaire, à cauſe de l'égalité & uniformité de l'antérieure avec la poſtérieure; mais il n'en eſt pas de même aux voûtes coniques biaiſes dont nous allons parler: il faut y appliquer la pratique générale de l'énoncé du problême dont nous allons donner un exemple qui y ſervira d'introduction.

Cependant pour faire l'application de l'énoncé du problême à toutes ſortes de voûtes, ſi l'on veut, en ſe ſervant de la double élévation projettée ſur une ſurface verticale, on trouvera d'une autre maniere

l'obliquité des parallélogrammes des lits & des doëles.

Suppofant par exemple, qu'on cherche celle du premier lit, dont la projection verticale eft le parallélogramme 5 *me* I; on prolongera le joint de tête *em* de la face poftérieure indéfiniment vers T: enfuite des extrêmités du joint de tête de la face antérieure correfpondant 1. 5, on abaiffera des perpendiculaires fur la ligne *e*T, qui la couperont aux points *t* & T. On portera cette ligne à part, comme à la fig. 186, avec fes divifions *mt*T, puis par les derniers *t* & T, on lui menera des perpendiculaires indéfinies, & avec le compas ouvert de l'intervalle d'un des joints de lits donné à la projection qui font tous égaux, on pofera une des pointes en *e* pour centre, & avec l'autre on fera une arc de cercle qui coupera *t* 1 au point N, & faifant de la même ouverture & du point *m* pour centre un fecond arc qui coupera T 5 en M, fi l'on tire les lignes NE, M*m*, on aura la furface du premier lit dont la projection verticale eft 1. 5 *me* de la fig. 183.

fig. W.

La démonftration en eft fenfible en ce que la ligne *e*T étant dans un plan vertical, parallele à celui de l'élévation antérieure, elle n'eft point raccourcie, non plus que fes divifions *mt*T: en fecond lieu, les

joints

joints de lit étant aussi dans un plan horizontal, parallele à ceux qui sont en œuvre, le berceau étant de niveau, on a dans les triangles *et*N, *m*TM rectangles en *t* & T, deux côtés & un angle ; sçavoir *et* & *m*T & *e*N, *m*M ; donc on a aussi l'angle *te*N complément de *t*N*e* ou son supplément à deux droits *e*NM, qui sont ceux de l'obliquité de la surface du lit demandé.

Par la même pratique on trouvera aussi celle des parallélogrammes qui sont les modeles des doëles plates, d'une maniere différente de celle que nous avons donnée, par exemple, pour la seconde dont la projection verticale est le parallélogramme 2 *fe* 1. On prolongera la corde F*e* indéfiniment vers *x* & des points 1 & 2, on lui menera des perpendiculaires qui la couperont en *x*, *y*.

On portera ensuite la ligne *fx* à part, avec ses divisions *e*, *y* & *x* : puis ayant élevé des points *x* & *y*, des perpendiculaires indéfinies *x*V, *yu*, des points *f* & *e* pour centres, & de la longueur d'un des joints de lits donnés au plan, on fera des arcs VS, *us* qui couperont ces perpendiculaires aux points V & *u*, si par ces points & *f* & *e*, on fait le parallélogramme V*u*, *fe*, on aura la surface du panneau de doële plate, qu'on cherche par les mêmes

raisons que nous venons de donner, pour celle du lit, parce que dans les triangles rectangles *fxV*, *eyu*, on a deux côtés donnés, sçavoir *fx* & *ey*, sur l'élévation, *eu* & *f*V dans la projecton horizontal ; par conséquent l'angle aigu V*fe* ou l'obtus, font supplément à deux droits *fu*V qui sont ceux de l'obliquité que donne la direction biaise du berceau sur ses faces antérieures & postérieures ; car il est évident que les lignes *fx* & *efy*, font les différences des directions droites V*x* & *uy* de ces faces paralleles, entre elles suivant la suposition.

QUATRIEME EXEMPLE,

Pour les voûtes coniques scalenes ; telle est à double obliquité une descente biaise ébrasée en canoniere.

Soit le trapeze ABED le plan horizontal d'une voûte conique tronquée rampante, c'est-à-dire, dont l'axe est incliné à l'horizon, en montée ou en descente, de la hauteur B*r*, perpendiculaire sur *de*, diametre de la face postérieure *dhe*, & *a*H*b* la face antérieure, plus élevée, dont la projection horizontale est la ligne AB.

Fig. 187.

Soient aussi ces deux faces projettées sur un même plan vertical DAHBE, où l'on

bliquité de l'axe, à leur égard, eſt exprimée par la projection *c* C.

Ayant fait les projections horizontales $p^1 q^5 p^2 q^6$ des joints de lit, à l'ordinaire, par les retombées des diviſions des arcs inégaux de ces deux faces, on reconnoîtra qu'elles ſont toutes racourcies, parce qu'on ſuppoſe qu'elle doivent être dans un plan incliné à l'horizon ſuivant un profil A H S qui eſt la pente du plan de la deſcente A *c* S, & comme toutes ces projections horizontales des joints de lit ſont de longueurs inégales, puiſqu'elles ſont inégalement inclinées entre les deux paralleles A B, D E, & cependant qu'elles doivent être dans le plan de deſcente; il faut, pour avoir leur véritables longueurs, les chercher chacune par un profil qui ait la hauteur commune *b r*, poſée perpendiculairement à leur extrêmité ſur le plan de la projection horizontale. *Fig.* 128.

Mais ces longueurs ne donneront pas celles de joints de lit, comme aux berceaux, parce que la voûte étant conique, eſt plus inclinée au plan de la *deſcente vers* la petite face, qu'à la plus grande, excepté aux impoſtes, où les joints de lit ſont dans cette deſcente comme $A^s D$, $B^s E$, à l'extrados, & leurs correſpondans ſur *a d* & *b e* à la doële; de ſorte qu'il faut chercher la

valeur des autres joints de lit par des profils particuliers, lesquels étant trouvés, fourniront le moyen de former les panneaux de lit & de *doële plate*, auxquels ils sont communs à la doële ; ainsi ayant prolongé l'horizontal ED, à volonté en O, on y élevera une perpendiculaire O 5^1 égale à la hauteur $5.p^5$, de la retombée de
Fig. 187. la premiere division 5, du ceintre de la face postérieure *dhe*, & ayant pris la longueur de la projection horizontale du premier joint de lit $p^1 q^5$, on la portera sur la base du profil en OR, où l'on élevera la perpendiculaire R 1e, égale à la hauteur P 1, du point 1 de la division du grand ceintre de face, sur l'horizontale OE, & l'on tirera la ligne incliné 5^i, 1e qui sera la véritable longueur du premier joint de lit, dont la projection verticale sur l'élévation est la ligne 1, 5.

On trouvera de la même maniere la valeur du second joint de lit, dont la projection verticale est 6. 2, & l'horizontale $q^6 p^2$; laquelle derniere sera portée au profil du point O en Q : & les hauteurs antérieures Q 2e, & postérieures O 6^1 donneront les points 6^i, 2e, par lesquels ayant tiré une ligne, on aura la valeur du second joint de lit égale à celui de la voûte, en ses mesures qui étoient raccourcies dans les

deux projections verticale & horizontale.

On cherchera de même les deux autres joints de lit par leurs projections horizontales $q^7. p^3$; $q^8. p^4$, qui sont encore inégaux entr'eux ; mais dont nous ne mettons pas ici les profils, pour éviter la confusion dans la figure : ces longueurs de joint de lit étant trouvées, on s'en servira pour former les panneaux ou modeles des lits, & ensuite des doëles qui sont encore tous inégaux en étendue & en obliquité de leurs angles.

Premiérement pour les panneaux des lits qui sont des parallélogrammes, si la voûte est d'épaisseur uniforme, on prolongera sur l'élévation, les joints de tête du petit ceintre $5\,n^1$ en n indéfiniment pour le premier joint de lit, & des points 1 & 1^x des joints de tête du grand ceintre, on abaissera sur la ligne 5^n, deux perpendiculaires 1. o, $1^x n$, qui la couperont aux point o & n. *Fig.* 187.

On portera ensuite où l'on voudra à part, la ligne 5^n comme à la figure 190, en N 5 avec ses divisions O & n^1; puis ayant élevé aux points N & O des perpendiculaires indéfinies N 1^x, o 1, on prendra, avec le compas, la longueur du premier joint de lit au profil $5^i\,1^e$, & des points 5 & n^1 de la figure 189, comme centres, fig. 190.

on fera des arcs de cercle qui couperont, l'un la ligne O 1e, l'autre N 1^x aux points 1e 1^x, par lesquels ayant tiré les lignes 1^x, n^1, 1e 5, & la ligne 1^x 1e, on aura le parallélogramme 1^x 1e 5 n^1, qui sera la surface du premier lit, passant par les divisions 5 & 1 des deux ceintres de face à la doële.

On trouvera à peu près de même les surfaces des doëles plates, qui ne seront pas des parallélogrammes, mais des trapézoïdes inégaux, plus larges par un bout que par l'autre, dont les côtés seront aussi inégaux entr'eux, mais les longs seront égaux à ceux des lits trouvés par le profil ci-devant.

La maniere d'y parvenir est tellement semblable à celle que nous avons donnée, que nous pourrions y renvoyer le Lecteur; mais comme cette pratique n'est pas l'ordinaire, il a paru bon d'en répéter l'exemple pour la premiere & la seconde doële plate, dont les projections verticales sont les quadrilateres *ad* 5.1, & 1. 5. 6. 2 pour la seconde que nous allons chercher.

Ayant prolongé la corde du second panneau de tête 5. 6 de part & d'autre en V & *u* indéfiniment, on abaissera sur cette ligne des points 1 & 2 du grand ceintre, les perpendiculaires 1 V, 2 *u*, qui couperont

la corde du petit prolongée, aux points V & u.

On portera ensuite à part comme à la figure 190, la ligne Vu avec ses divisions 5.6, & l'on élevera sur les points V & u des perpendiculaires indéfinies V 1e, u 2e; ensuite ayant pris au profil de la 1re figure 187, la longueur du joint de lit 5. 1e: on fera de cet intervalle pour rayon, & du point 5 pour centre, un arc qui coupera la perpendiculaire V 1e au point x, & du point 6 pour centre, & la longueur de joint de lit 6^i 2e du profil, on fera un arc qui coupera la perpendiculaire u 2e au point y: le trapeze 5xy6 fera la surface du second panneau de la doële plate, demandé.

Le premier aura pour côté, à l'imposte, la longueur A^s D, & son opposé fera le même que 5 x qui est commun aux deux doëles.

Les autres de l'autre côté de la clef se trouveront par la même méthode tous inégaux, à cause de la double obliquité du demi-cône tronqué sur la direction horizontale de son axe en *biais*, & son inclinaison en *descente*.

S'il y avoit une 3e obliquité de talud ou de surplomb, on en trouveroit aussi de même les joints de lits qui seroient racourcis ou ralongés, à la projection horizontale par la projection, horizontale aussi,

de la face inclinée qui seroit une ellipse, comme nous l'avons dit, qui seroit inscrite dans le trapeze ABED, en cas de talud, en FTB, ou ajouté au dehors en cas de surplomb; ce qui alongeroit ou racourciroit les joints de lits d'une quantité horizontale dont on trouveroit la valeur par le profil à ajouter ou à soustraire de ceux de la voûte supposée entre deux faces à plomb, comme celle dont nous avons donné l'exemple $p^2 t$ en Rt, qui donneroit $T 2^e$ de moins de longueur au second joint de lit qui seroit réduit à celle de 6^i T du même profil.

D'où il suit que le côté $6\ 2^e$ de la doële plate, seroit aussi racourci d'une quantité égale zy, ainsi de l'autre côté; ce qui est facile à comprendre, qui seroit un peu long à d'étailler & exigeroit une figure de plus, pour montrer la différence des surfaces des panneaux de lit & de doële plate; ce qu'on peut concevoir par ce que nous avons dit ci-devant des moyens de profiler par les voies de circonscription ou d'inscription de figures régulieres aux irrégulieres.

Pour démontrer les raisons des inégalités des angles des têtes des doëles plates, il n'y a qu'à jetter les yeux sur les courbes ondées que produisent à la base d'un

cône ſcalene, les développemens relatifs à différentes obliquités, dont les diviſions des têtes de nos vouſſoirs en doëles plates, ſont des cordes, qui ſuivent la nature des parties concaves ou convexes de ces courbes de développement, & leurs points de *ſtations* & *d'inflections*, leſquelles étant cependant appliquées ſur la ſurface plane de la baſe du cône, s'y adaptent de maniere que toutes ces ondulations s'évanouiſſent, ſe changeant au contour régulier d'un cerle plan, & nos cordes de tête en un polygone inſcrit dans ce cercle.

Ce que nous diſons ici de nos voûtes coniques, convient auſſi aux cylindriques ſcalenes, dont le développement des contours de leurs baſes, eſt de même des courbes ondées : en effet, ce doit être dans le fonds, la même courbe, ſi l'on veut conſidérer un cylindre comme un cône dont le ſommet eſt infiniment loin ; c'eſt pourquoi les angles & les têtes des ſurfaces des doëles plates, ſont les unes ſaillantes & les autres rentrantes ; ſçavoir, ſaillantes pour former la partie convexe de la courbe, & rentrantes pour la concave.

Nous avons rendu raiſon dans l'exemple précédent de l'uſage de la double élévation des ſurfaces antérieures & poſtérieures pour les berceaux ; c'eſt auſſi la

même pour les voûtes coniques, comme on a pu le remarquer.

Nous allons encore donner un problême général, pour parvenir aux mêmes fins par un autre moyen.

AUTRE PROBLEME GENERAL,

Pour la formation des panneaux des voussoirs de toutes sortes de voûtes, réduits en surfaces planes.

La projection horizonta led'un polyëdre quelconque, & les verticales de ses faces étant données, trouver la figure de toutes les surfaces dont il est enveloppé (*ou en terme de l'Art*, pour notre sujet), *le plan horizontal & les élévations des faces des voûtes étant données, trouver les panneaux de tête de lit & de doële plate, de toutes sortes de figures dont elles peuvent être régulieres ou irrégulieres.*

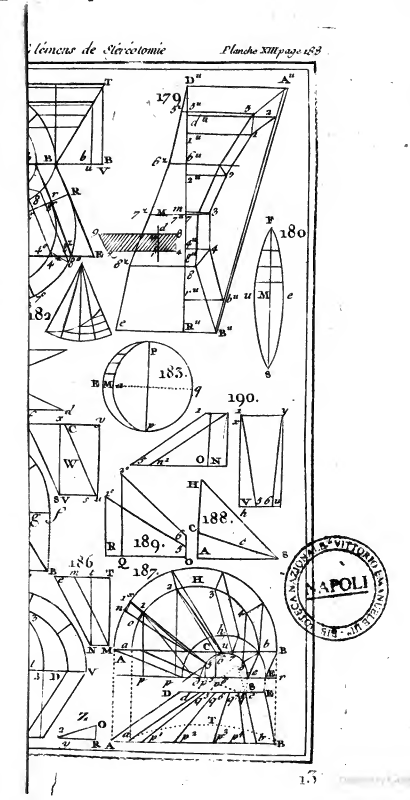
Dans le problême précédent, nous avons réduit les cônes en pyramides, & les cylindres en prismes, d'autant de côtés qu'on a voulu de rangs de voussoirs, aux doëles plates, pour la facilité de l'exécution des voûtes, quoiqu'il y ait d'autres manieres par lesquelles on peut former immédiatement des surfaces concaves & convexes; la nature de ces deux especes de corps

fourniſſant des lignes droites, lorſqu'on les coupe de certaines façons ; ſçavoir, les cylindres, parallélement à leurs axes, & les cônes par leurs axes, de ſorte qu'on en peut former des parties à la regle, quoiqu'en ſurfaces rondes ou creuſes.

Il n'en eſt pas de même des ſurfaces concaves ou convexes, à double courbure ; par exemple, l'une en direction horizontale, l'autre en verticale, comme ſont toutes celles des ſpheres, ſpheroïdes annulaires hélicoïdes, & d'autres irrégulieres que l'on diviſe en vouſſoirs, par des ſections, tantôt planes, tantôt coniques, qui ſe croiſent & forment des quadrilateres, compris par des lignes courbes (ordinairement concaves) pour la formation des doëles, & quelquefois auſſi convexes, dans certaines parties : telles ſont celles des voûtes ſur le noyau, depuis la clef juſqu'à ce noyau, quoique l'autre côté de la clef ſoit concave.

D'où il réſulte que tout étant courbe, on ne peut ſe ſervir de la regle, qui eſt le premier de tous les inſtrumens, pour la formation des ſurfaces ſur une pierre brute ; c'eſt pourquoi on eſt forcé de ſuppoſer ces corps ronds inſcrits dans des polyëdres, enveloppés de ſurfaces planes, les uns quadrilateres, lorſque les vouſſoirs

coupés dans ces corps, suivant certaines directions, peuvent avoir leurs quatre angles de la doële dans un même plan, comme lorsqu'une sphere est coupée dans un sens, par son axe, & dans le transversal perpendiculairement à ce même axe: mais il est d'autres corps ronds où les sections qui se croisent ne fournissent pas le même avantage, en sorte qu'un des quatre angles du voussoir, n'est pas dans le même plan que les trois autres; alors il faut que le polyëdre soit enveloppé de triangles qui peuvent toujours s'appliquer à trois angles, comme il est démontré dans les Elémens de Géométrie: de sorte qu'il faut réduire ces corps à l'inscription d'un polyëdre de surfaces planes triangulaires, qui sont les plus simples de toutes, & leur derniere réduction, suivant ce principe. Tout l'art de notre problême consiste à *décomposer les surfaces des polygones résultans des projections horizontales & verticales, quadrilateres ou autres, par des diagonales qui les réduisent en triangles*, & comme les verticales, à l'égard des horizontales, forment toujours des angles droits, la plûpart de ces triangles sont rectangles, formés par les hauteurs à plomb, tombant sur le niveau du plan par les divisions des arcs, réelles ou supposées pour la facilité de


179
180
182
183.
190.
188.
189.
186
187

l'exécution ; ce qu'on va expliquer ſenſiblement par les exemples ſuivans.

PREMIER EXEMPLE,

Pour la formation des lits & doëles plates d'un berceau droit *ou* biais.

Soit ABDE, la projection horizontale d'un berceau *biais* faite, comme il a été dit ci-devant, relativement aux diviſions de ſon ceintre de face AHB, dont on cherche les panneaux des vouſſoirs.

Premiérement pour ceux de doële plate, par exemple, le premier dont la projection horizontale eſt le parallélogramme *agie*, ayant prolongé BA en F, on y portera la longueur de la diagonale *ai*, tirée d'un des angles *a* à ſon oppoſé *i*; ſur le point A, ayant élevé une perpendiculaire A*h*, on y portera la hauteur de la retombée *g* 1, du premier joint de tête 1 : 5, à la doële 1 ; & l'on tirera la ligne F*h* qui ſera la valeur de la diagonale horizontale *ai* de la projection qui étoit raccourcie au plan, parce qu'elle eſt inclinée à l'horizon, ſuppoſant le berceau de niveau ; on portera cette diagonale à part où l'on voudra, par exemple, au deſſus en *fh*, & des points *f* & *h* comme centres, & les longueurs *ac* pour rayon, qui eſt la projec- Fig. 191. Fig. 192.

tion du joint de lit; on décrira des arcs de cercles vers *a* & vers 1 & des mêmes points, pour centres, & la corde *a* 1, pour rayons, on en d'écrira d'autres, qui couperont les précédens aux points *a* en bas, & 1 en haut; les lignes tirées par ces points de l'un à l'autre, formeront le parallélogramme obliquangle *f* 1 *ha*, qui sera le modele de la surface de la doële plate du premier rang de voussoirs au dessus de l'imposte.

De la même maniere, on formera la seconde au dessus, dont la projection est le parallélogramme *goki*, en portant à part la diagonale *gk* ou *oi* en *g* K; on élevera sur le point K une perpendiculaire K 2, égale à la différence des hauteurs *g* 1, o 2, qui est G 2, la ligne inclinée *g* 2, est la valeur de la diagonale *gk* de la projection raccourcie, comme nous l'avons dit de la précédente. Cette valeur étant trouvée, on fera des deux extrêmités pour centre, & de la longueur d'un des joints de lit, qui sont tous égaux, des arcs au dessus & au dessous de cette ligne, & des mêmes centres, & avec la corde 1. 2 pour rayon, d'autres arcs qui couperont les précédens aux points *i* & *o*: le parallélogramme *g* 1, 2, o sera la seconde doële; ainsi des autres, excepté que la 3[e] à la clef *opnk*,

Fig. 193.

est donnée dans ses mesures à la projection, parce que ses cordes, 2. 3, & son opposé à l'autre face, sont de niveau, par conséquent paralleles & égales à *op*, *nk*.

Il faut présentement trouver la valeur du lit passant, par exemple, par le joint de tête 3.7, dont la projection est le parallélogramme *pqsn*. Ayant tiré la diagonale *ps*, on en cherchera la valeur, comme nous l'avons fait pour les doëles, portant à part cette diagonale en PS; au point S on élevera une perpendiculaire S7 qu'on fera égale à différence des hauteurs des points 3 & 7, qui est ici Q7; puis des points P & 7 pour centres, & de la longueur de la projection d'un des joints de lits *pn* pour rayon, ou tout autre, puisqu'ils sont égaux, on fera des arcs de cercles dessus & dessous, en bas vers 3, & en haut vers *q*, qui couperont les précédens en 3 & en *q*, le parallélogramme *p* 3 7 *q* fera le modele du lit, passant par le joint de tête 3.7. C Q F T. *Fig.* 194.

Ainsi on a tous les panneaux des voussoirs, sçavoir ceux de *doële*, par la premiere partie de cette construction; ceux de lit par la présente, & ceux de tête qui sont dans toutes leurs mesures à l'élévation, aux portions de couronnes de cercles A5.1*a*, 5.6.2.1, &c.

Nous avons ſuppoſé le berceau biais également ſur ſes faces de devant & de derriere ; mais s'il l'étoit inégalement, enſorte que ces faces ne fuſſent pas paralleles entr'elles, ſoit en directions verticales, inclinées différemment à l'axe, ou en inclinaiſon à l'égard de l'horizon, on pourra toujours ſe ſervir du même moyen ; obſervant 1°. ſuivant ce que nous avons dit ci-devant, qu'alors les ceintres des deux faces ſeront de courbes inégales entr'elles, ſçavoir, l'une *circulaire*, l'autre *elliptique*. 2°. Que les longueurs des joints de lits ſeront auſſi inégales entr'elles, de ſorte qu'il faudra prendre ceux qui ſont produits par chaque à-plomb des diviſions du ceintre ; mais on aura toujours l'avantage de les avoir de leur véritable longueur ſur la projection horizontale, tant qu'on ſuppoſera la voûte de niveau.

Ainſi ſuppoſant le berceau A B D E biais par ſes deux faces, & que l'on ait pris pour ceintre primitif celui de la face A B circulaire, que nous tranſportons en E F pour éviter la confuſion des lignes qui ſe croiſeroient avec la projection horizontale des joints de lit. *Fig.* 195.

On le diviſera à l'ordinaire en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on tirera les joints de tête 1. 5, 2. 6, & l'on en fera

la

la projection comme dans l'exemple précédent; mais comme la face ED n'eſt pas parallele à AB, ſon ceintre ſera elliptique, parce que c'eſt un demi-cylindre ſcalene, coupé obliquement à ſa baſe, & comme le diametre ED eſt plus court que EF ou AB ſon égal, & la hauteur de la clef *m*S égale à C*h*, il ſuit que le ceintre ſecondaire *esd* ſera ſurhauſſé elliptique, comme nous l'avons dit ci-devant. Il eſt clair que ſi on avoit pris ED pour diametre du ceintre primitif circulaire, le contraire arriveroit, le ceintre ſecondaire EHF deviendroit ſurbaiſſé.

De quelque façon qu'il en ſoit, la projection horizontale des joints de lits du ceintre primitif étant faite, on opérera de la même maniere que dans l'exemple précédent, en tirant des diagonales aux projections des doëles, comme *pl* à la ſeconde de la gauche, ou np^4 à la ſeconde de la droite nop^4p^3. La ſeule différence qu'il y aura, c'eſt que les doëles plates étoient des parallélogrammes obliquangles, & qu'ici ce ſont des trapezes qui n'ont que deux côtés paralleles, comme on le voit à la figure 196. 4. 3. *n*. *o*.

Il eſt clair qu'on peut trouver de même les panneaux des lits, par le moyen des diagonales dont on cherche la valeur, com-

me on a fait pour la doële; mais il y a un autre moyen plus ſimple, c'eſt de tirer, par exemple, du point *p* projection du premier lit à la doële, une perpendiculaire *pr* ſur la projection *iu* du même, à
Fig. 197. l'extrados, puis porter à part la ligne *iu* avec ſes diviſions, élever au point R une perpendiculaire indéfinie, du point *u* comme centre, & pour rayon le joint de lit 1, 5 décrire un arc qui coupe la perpendiculaire en P, par où tirant une parallele à *iu* égale à la projection *pk* de la doële, le trapeze *iupk* ſera la ſurface demandée.

DEUXIEME EXEMPLE du même Problême,

Pour un berceau de double obliquité biais & talud.

Suppoſant la projection horizontale faite ſuivant les regles qu'on a donné ci-devant, ſoit ABDE un berceau biais dont la face ſur ED eſt inclinée en talud, le pro-
Fig. 198. fil donné BT qui s'écarte de la verticale VB, de la quantité VT à la hauteur de la clef H à l'extrados, & *ut* à la doële.

On portera ces longueurs VT & *ut*, ſur la perpendiculaire BP à la face ED prolongée en P*f* & P*g*, & par les points

f & *g*, on menera des paralleles à E D qui couperont la ligne du milieu CX aux points M & N, qui donneront les projections du sommet de la clef en talud à l'extrados M & à la doële N. On portera de même les écartemens du talud des autres joints de tête, comme R S provenant du point 8° & *rs* provenant du point 4°; sur la même *p*B, & par les points S & *s*, on tirera des paralleles à DE qui couperont les projections *q* 1 & Q4 aux points 1 & 4, 5 & 8; & par les points trouvés E 5, M 8 D, on tracera la projection de l'ellipse de la face en talud à l'extrados & *e* 1 N 4 *d* à la doële, laquelle (en élévation) est la ponctuée EYD & *eyd*; car quoique son diametre ED soit parallele à celui du ceintre primitif AB, son autre demi-diametre XY conjugué, n'est pas égal au rayon CH de ce ceintre, mais plus grand parce qu'il est l'hypoténuse du triangle rectangle VBT; mais il faut observer que cette élévation nous est inclinée pour la formation des panneaux de lit, & de doële par diagonales dont il est ici question, comme on le verra.

Cette projection étant faite exactement & ayant tiré les diagonales (par exemple), pour la seconde doële 1. *q*. o. 2, sçavoir, o. 1 & *q* 2; il s'agit d'en trouver la valeur.

Ayant tiré par le premier joint de tête 1° une horizontale *Ll* qui coupera la vertical 2° *o* au point *z*, on portera la diagonale *o* 1 de la projection en *z* G, d'où l'on tirera au point 2° la ligne G 2° qui sera la valeur que l'on cherche, avec laquelle on fera un triangle à part, dont les trois côtés sont donnés, sçavoir, *g* 2° trouvé, *q* 1 donné à la projection horizontale, & *p* 2° corde de l'arc de face; puis faisant par le point 2° une parallele à *g* 10° égale à la longueur *o* 2, on aura le trapeze *g* 2 2°, qu'*il falloit trouver*, qui est la valeur de celui de la projection 1. *q*. o. 2.

Fig. 199.

Il est visible qu'il est indifférent laquelle des deux diagonales on choisisse, & qu'il n'est pas nécessaire d'en employer deux dans les panneaux des voûtes en berceau, parce que les joints de lit y sont toujours paralleles entr'eux, quoique d'inégale longueur, occasionné, ou par le biais, ou par le talud, ou par la descente.

Il n'en est pas de même pour les doëles plates des voûtes coniques ou sphériques, dont les joints de lit sont convergens; il faut alors faire usage des deux diagonales, si une seule ne partage pas également le trapeze en deux triangles égaux, comme il arrive par les irrégularités qu'occasionnent les biais, les taluds ou les descentes.

A l'égard des panneaux des lits, lorſque les voûtes ſont d'égale épaiſſeur, il eſt clair qu'une ſeule diagonale ſuffit parce qu'un des côtés des joints étant placé, on peut trouver l'autre par une parallele dont la longueur ſera donnée ſur la projection horizontale ou ſur un profil, & s'ils ſont terminés par des côtés curvilignes, les cordes de ces arcs ſeront toujours paralleles de la doële à l'extrados.

Suivant ce que nous venons de dire, on aura les panneaux de doële plate & de lit, & par les élévations les panneaux de tête, ce qui ſuffit ordinairement, parce que l'on n'a pas beſoin de panneau pour les extrados qu'on façonne rarement, & comme ils ſont convexes, on ne peut y appliquer de ſurface plane pour modele; au lieu de panneau on ſe ſert de cerches.

TROISIEME EXEMPLE D'OBLIQUITÉ.

Berceau biais & en deſcente.

Dans les cas précédens, la projection horizontale a donné les meſures exactes des joints de lit, qui ſont également néceſſaires pour la formation des panneaux de doële plate & de ceux des lits, parce qu'on y a ſuppoſé des berceaux, dont les impoſtes ſont de niveau, & par conſé-

quent les joints de lit qui leur sont paralleles, en œuvre, à des hauteurs différentes, sont égaux exactement à leur projection horizontale, comme nous l'avons dit & démontré ci-devant, quoique inégaux entr'eux, par des obliquités ou des taluds, c'est-à-dire à leur correspondans à chaque division du ceintre.

Il n'en est pas de même dans les projections de berceau en descente; comme ils sont inclinés à l'horison, leurs joints de lit, en œuvre, sont toujours plus longs qu'à leur projection, dans le rapport de l'angle d'inclinaison, comme une hypoténuse, à l'égard d'un des côtés d'un triangle rectangle; ce qui arrive aussi dans la projection verticale d'une face oblique à la direction du berceau, c'est-à-dire biaise; de sorte que ni l'une ni l'autre de ces projections ne peut fournir les mesures des joints de lit, puisqu'elles y sont toujours raccourcies, & si on veut les avoir, il n'y a que le profil oblique aux faces, mais parallele à l'axe du berceau qui puisse les donner.

Cependant ces projections ont toujours un défaut de longueur proportionnelle, qui peut être connue en la comparant dans une des différences; mais il n'en est pas de même des diagonales, où ces diffé-

rences ne sont pas constantes, en ce qu'elles sont toutes inégalement inclinées à l'horison, les unes plus, les autres moins : celles qui sont près des impostes, sont plus inclinées vers l'axe, que celles qui sont à la clef, de sorte que leur valeur est plus difficile à trouver que dans les berceaux de niveau, d'autant plus qu'il n'est pas indifférent, comme dans ceux-là, de prendre une diagonale plutôt que l'autre, parce qu'elles partent d'un même niveau, pour l'élever à même hauteur ; mais dans les berceaux en montée ou descente, la diagonale qui part d'un angle inférieur pour parvenir au supérieur opposé, est bien moins incliné à l'horison, que celle qui part de l'angle de suite plus élevé à l'inférieur du côté supérieur opposé ; ce qu'une figure éclaircira. Soit CRM l'angle de rampe du berceau en montée, ou MCR en descente, l'un est complément de l'autre, le quart de cercle CAH, la moitié du ceintre de face divisé en ses voussoirs 1. 2 projetté dans le profil MCH en *b* & en *f*, par où ayant mené *bd*, *fo* & H*s* paralleles à RC, on aura le profil du berceau en descente coupé par le milieu de la clef, & le parallélogramme *bd*RC sera la projection verticale de la premiere doële au dessus de l'imposte, RC, & *fodb* celle de la *Fig. 200.*

seconde doële, & si l'on tire des diagonales par les angles de ces parallélogrammes, comme Rb, Cd, on verra que la premiere parcourt une plus grande hauteur bM que la seconde Cd, qui ne parcourt que la hauteur CD : supposant dD de niveau, il faut chercher le rapport des hauteurs où parviennent ces deux diagonales, & toute autre dans le même cas; pour en rendre le moyen sensible, nous supposerons premiérement, que la doële comprenne en projection verticale tout le parallélogramme fORC, où l'on supposera la hauteur fC de sa retombée égale à celle de la rampe CM : dans ce cas on reconnoîtra que la diagonale fR parcourra toute la hauteur fM, qui comprend les deux de la retombée fC & de la rampe CM. Ainsi nommant la retombée a, & la rampe b, on aura pour hauteur $a+b$, ou, si l'on veut, $2a$, parce que OR est supposé égale à fC ; donc la premiere hauteur étant $a+b$, la seconde de la diagonale conjuguée CO sera égale $a+b-b=a$: donc cette diagonale CO sera de niveau, lorsque sa conjuguée parcourra le double de sa hauteur, c'est-à-dire, celle de la retombée & de la rampe.

Secondement, si l'on suppose la hauteur de la retombée plus petite que celle

de la rampe, comme bC à l'égard de CM, alors les deux diagonales du parallélogramme bdRC descendront toutes les deux, la supérieure moins que l'inférieure nous appellerons leur différence d exprimée par DC, (supposant dD de niveau) : on aura donc pour la hauteur totale de la grande diagonale bR, $a+b$, ou, si l'on veut, $2a+d$, & celle de la petite supérieure $a+b-b=a$: donc la seconde diagonale dc ne descend que de la hauteur de la retombée bC.

Troisiémement, si l'on suppose la retombée bC plus grande que la hauteur de la rampe CM, il est évident que la grande diagonale parcourra la hauteur bM$=a+b=2b+d$, & la petite dC seulement $a+b-b=a$; mais a dans ce cas est plus grand que b par la supposition : donc la premiere & la plus grande diagonale br descendra, & la seconde montera de toute la différence que l'on suppose entre les hauteurs de la retombée & de la rampe. *Ce qu'il falloit trouver.*

Cela supposé connoissant les hauteurs relatives des diagonales par le profil, & le cacul, si l'on veut, & leur longueurs horisontales, par la projection on pourra en trouver facilement la valeur, quoique le berceau soit biais & en descente, & que

les joints de lits soient raccourcis dans la projection horizontale à cause de la descente, & dans la verticale à cause de l'obliquité, à moins qu'on ne fasse le profil par l'axe du cylindre, sans égard à l'obliquité de ses faces.

Pour rendre ces opérations plus simples, il n'y a qu'à considérer & supposer le plan de la rampe comme un plan horisontal, parce que par ce moyen on trouvera dans les projections des joints de lit leurs justes mesures, étant supposées paralleles à ceux de la voûte, qui devient alors aussi horizontale par ses impostes qui sont dans le plan de la rampe : tout le changement qui arrive de cette supposition consiste dans l'inclinaison des faces de montée & de descente, lesquelles étant verticales dans la premiere supposition, deviennent inclinées dans la seconde ; sçavoir l'inférieure de montée en surplomb, & la supérieure d'entrée de descente en talud ; de sorte que la projection de l'une est une demi-ellipse en saillie, & l'autre en retraite ; ce qui retombe dans la construction que nous avons donnée ci-devant du biais & en talud, ou du biais & en surplomb, où nous avons trouvé sans grande difficulté les diagonales des panneaux de doële, & les moyens de les tracer

exactement dans leurs mesures de trapezes, dont les angles opposés sont inégaux.

Soit, par exemple, le même profil de rampe RCM de la figure précédente, dont le côté RC de la rampe étoit incliné, transposé ici au contraire de niveau, & la ligne ci-devant horizontale en pente, suivant l'angle donné CRP égal à CRM. Le profil du berceau SRCH par la clef, suivra la même situation; de sorte que cette clef SH devenant aussi horizontale, les sommets S & H ne seront plus à plomb sur les points R & C, mais tomberont par des perpendiculaires sur RC, prolongées en T & L; de sorte que TL exprimera la longueur de la clef, laquelle se reculant en bas, du côté du point R, donne pour projection de la face inférieure une portion d'ellipse ST, qui est la projection horizontale d'un talud, & à l'autre bout la même ellipse en projection saillante, qui est celle du contour du ceintre circulaire de descente; ce qui change le demi-berceau en descente en un demi-berceau, dont les faces sont, l'une en talud, & l'autre en surplomb, qui est ici biais, suivant l'angle CRS, mais qui peut l'être plus ou moins sur le plan horizontal, sans que les points T & L changent, à l'égard des points R & C. Ainsi cette transposition fait rentrer cet

Fig. 201.

exemple de double obliquité, biais & descente dans le précédent de biais & talud, auquel on renvoye le lecteur pour y trouver les moyens de faire les panneaux de doële plate de lits & de tête, les deux premieres especes par le moyen général dont il s'agit ici, qui est de réduire toutes ces figures planes en triangles par des diagonales, dont on trouve facilement la valeur par les plans & profils, c'est-à-dire par les projections horizontales & verticales, telles qu'elles ont été prescrites par les premiers problêmes de ce 3e Livre; ce qu'on va plus amplement expliquer par le quatrieme exemple qui suit.

QUATRIEME EXEMPLE.

Du même principe

Pour un demi-cône scalene tronqué, qui est le modele d'une voûte ébrasée en descente.

La différence du cas proposé ici, comparé au précédent, consiste en deux choses qui ne permettent pas d'y employer les mêmes moyens de parvenir à la même construction.

L'une en ce que les joints de lits n'étant pas paralleles entr'eux, comme dans les berceaux, mais convergens, ils sont tous inégalement inclinés à l'horizon, & au

plan de ſection verticale par l'axe, qui doit repréſenter le plan de rampe en profil, confondu avec la ligne de l'axe du cône, dans lequel plan ſont les impoſtes de la voûte; d'où il ſuit qu'aucun de ces joints de lit n'étant paralleles ni au plan vertical, ni à l'horizontal, on ne peut en trouver les meſures par aucune projection, mais ſeulement par autant de profils particuliers qu'il y a de joints, c'eſt-à-dire par des ſuppoſitions de plans verticaux, horizontaux ou inclinés, paſſans par ces joints & par l'axe, hors duquel toutes les ſections coniques ſont des courbes.

La ſeconde différence conſiſte en ce que dans une voûte conique il n'y a point d'*arc droit*, comme nous l'avons dit ci-devant; d'où il réſulte qu'on ne peut trouver les angles des ſurfaces des panneaux par la même voie que dans les cylindriques, & qu'on eſt forcé à les chercher par le moyen des diagonales qui réduiſent toutes les figures rectilignes en triangles, partageant en deux les ſurfaces planes des doëles plates & des panneaux de lits, comme nous venons de le faire pour les voûtes cylindriques.

Soit le trapeze ABDE le plan horizontal d'une voûte conique tronquée *droite*, c'eſt-à-dire dont l'axe SN eſt perpendicu- *Fig. 202.*

laire ſur la direction de ſa face AB, qui eſt le diametre de la baſe, mais qui ne l'eſt pas au plan de cette baſe, parce qu'on le ſuppoſe incliné en deſcente ſuivant un angle *m*CR; ce qui conſtitue un cône ſcalene ſi la face AB eſt circulaire.

Ayant fait à l'ordinaire l'élévation de cette face, ou ſa moitié *a*2H qui ſuffit, parce que l'autre moitié lui eſt égale en tout, dans la ſuppoſition d'une voûte ſans biais horizontal; & l'ayant diviſée en ſes vouſſoirs, dont on aura fait la projection horizontale, on fera auſſi ſur le même plan vertical de l'élévation celle de la face poſtérieure *e* 5 *h* d'un centre *m*, abaiſſé au deſſous de celui de la face C de la hauteur verticale C*m* de la deſcente de la voûte d'une face à l'autre, & par les points donnés des naiſſances *a* & *e*, on tirera une ligne *a*X qui rencontrera la ligne du milieu en X, où ſera le ſommet du cône prolongé en projection verticale, auquel ſommet on tirera les lignes droites 1X, 2X, 3X, qui repréſenteront les côtés du cône paſſans par les points de diviſions en vouſſoirs du ceintre de face antérieure, leſquelles couperont le contour *e* 5 *h* de la poſtérieure, proportionnellement aux points 4, 5, 6, où ſeront les diviſions de ce ceintre en vouſſoirs, & donneront la projection verti-

cale des joints de lits *ae* de l'imposte, 1.4, 2.5, 3.6 ; puis on tirera des diagonales à chaque doële 1*e*, *a*4 pour la premiere, 1.5, 2.4 pour la seconde, 2.6, 3.5 pour la troisieme, si l'on veut, mais une seule peut suffire, & la projection verticale nécessaire pour former les panneaux de doële sera faite.

On suppose aussi l'horizontale faite relativement avec ses diagonales p^1E, $p^2.p^4$, $p^3.p^5$.

Enfin pour avoir les lignes nécessaires pour parvenir de même à la formation des surfaces des panneaux de lit, on tirera les joints de tête du centre C, sçavoir, 1.7, 2.8, 3.9, & les correspondans du petit ceintre *e* 5 *h* du point *m* pour centre, comme 4V, & l'on fera les projections des mêmes lits, dont le premier est 7.1, 4V, comme on l'a fait aux problêmes précédens.

Tout étant ainsi préparé, il faut observer que de toutes les lignes que nous venons de tracer, il n'y en a aucune dans sa juste mesure que celles des joints de têtes, parce qu'il n'y a que celles-là qui soient paralleles au plan de projection verticale, mais qui ne le sont pas à celui de l'horizontale : ainsi il faut chercher la valeur des joints de lits & des diagonales de doële plate, & des surfaces des lits, comme nous

allons faire, par le moyen des projections horizontales, & des hauteurs données aux verticales.

Premiérement, pour trouver la valeur de la ligne du milieu, représentant l'axe du cône en *n*N dans la projection horizontale, & en *cm* dans la verticale, par le moyen des deux côtés & de l'angle droit, on trouvera l'hypoténuse, qui sera la valeur de *mu*, en portant C*m* en N M; la ligne M*n* sera celle que l'on cherche, ou bien, si on veut l'avoir sur l'élévation, on portera *n*N en *m*R, & l'on tirera RC, qui sera la même que *n* M; mais cette ligne ne sert en-
Fig. 201. core qu'à marquer le milieu de la descente, & ne donne pas la longueur des joints de lits à l'imposte, parce que *n* N est plus courte que D B ou A E, qui sont les impostes; c'est pourquoi on élevera au point A ou au point B une perpendiculaire B*b*, qu'on fera égale à C*m*, & la ligne *b* D sera la vraie longueur de l'imposte marquée au profil en C*d*.

Secondement, pour trouver la valeur du premier joint de lit marqué à la projection horizontale en $p^1 p^4$, & dans la verticale, en 1.4, on menera par ces points 1 & 4 des horizontales jusqu'à la ligne du milieu *m* S comme 1. o, 4. o prolongeant cette derniere indéfiniment au-delà, sur laquelle

on portera la longueur de la projection du premier joint de lit p^1, p^4 en o^4, 4e : la ligne inclinée tirée du point 4e à o^1 sera la longueur que l'on cherche. On trouvera de même la longueur du second lit 5e, o^2 pour la valeur de la ligne $p^2\,p^5$ de la projection horizontale, & 2. 5 de la verticale, ainsi des autres; les joints de lit étant trouvés, il ne manque plus que celle des diagonales tracées aux mêmes projections ; par exemple, pour la seconde p^1 p^5 du plan, & 1. 5 de l'élévation.

On tracera à part une horizontale $q\,5$, sur laquelle on portera la longueur de la projection de la diagonale 1. 5 de l'élévation prise sur le plan horizontal en $p^1\,p^5$, de q en 5, puis élevant au point q une perpendiculaire q 1 égale à la différence des hauteurs des points 5 & 1, marquée à la fig. 202, par la perpendiculaire 1 y sur l'horizontale passant par le point 5, on tirera la ligne 1. 5 à la figure 203, qui sera la valeur de celle cottée de même 1. 5 dans l'élévation. fig. 203.

On trouvera de même la valeur de la diagonale 5. 3 prise d'un autre sens, en portant sur la même q 5 du profil à part, la projection horisontale $p^5\,p^3$ à compter depuis le point 5, en 5 Q, où l'on élevera une perpendiculaire Q z égale à la hau-

teur z^3, différence de celles du point 5 & du point ^{3} au dessus de l'horizon, la ligne 5 z sera celle que l'on cherche pour la valeur de la diagonale 5. ^{3} marquée à l'élévation.

Les côtés des joints de lit $4^e\ o^1$, la diagonale 5^1 & la corde de la tête du voussoir entre les divisions 1. 2 étant donnés, on a les trois côtés d'un triangle, 5. 2. 1 de la figure 204, & avec la longueur 5e, o^2 & la corde 4. 5 du petit ceintre postérieur, on aura l'autre triangle 1. 4. 5, lequel, étant joint au précédent, forme le trapeze 1. 2. 5. 4 développé pour la doële plate du second voussoir que l'on cherchoit.

Il faut faire la même opération pour avoir la valeur du trapeze du joint de lit marqué à l'élévation 7. 1. 4V, & projetté au plan horizontal, comme nous l'avons dit aux opérations précédentes, avec cette seule différence, qu'il faut le diviser par une diagonale dont il faut aussi chercher la valeur, pour en former deux triangles de même que nous avons fait pour la doële plate.

Par ce moyen, on trouvera dans toutes sortes de cas d'appareil, le moyen de former toutes les surfaces planes qui enveloppent un voussoir de voûtes coniques quelconques, quand même on y supposeroit

encore deux obliquités de plus que la descente, comme le biais & le talud, parce que nous avons donné les moyens de réduire toutes ces obliquités en une seule ; il ne nous reste plus, pour montrer la généralité du problême dont il s'agit, que d'en faire encore l'application aux voûtes sphériques ou sphéroïdes.

CINQUIEME EXEMPLE

Pour les voûtes sphériques réduites en polyëdre par des doëles plates.

Nous avons dit, en parlant des développemens, que la sphere pouvoit être réduite en zones de cônes tronqués ; que ces zones pouvoient aussi être réduites en pyramides tronquées inscrites dans ces zones coniques, dont le développement est une suite de trapezes, comme on l'a exprimé à la figure 180 : or ces trapezes appuyés sur les quatre angles d'une surface concave sphérique ou sphéroïde, divisée par des méridiens & des paralleles à l'équateur, avec lesquelles elles se croisent, formeront des quadrilateres curvilignes, aux angles desquels peuvent s'appliquer ceux qui sont rectilignes des trapezes, lesquels sont pour ces sortes de voûtes des doëles plates, dont on se sert uti-

lement pour préparatif à l'excavation des ſurfaces concaves ſphériques ou ſphéroïdes, comme pour les coniques, avec cette différence que dans celles-ci, deux côtés oppoſés de ces trapezes qui ſont convergens, s'appliquent aux joints de lit, & qu'aux ſphériques ils ſont les cordes d'un méridien ; comme les paralleles ſont les cordes des cercles, paralleles à l'équateur, la ſphere étant courbe en tout ſens.

D'où il ſuit 1°. que plus les rangs de vouſſoirs approchent du pole, plus les angles de ces trapezes ſont aigus à la baſe, ſans que cependant les angles curvilignes de la ſurface concave de la ſphere auxquels ils s'appliquent, deviennent pour cela inégaux de ce qu'ils ſont auprès de l'équateur, parce que les méridiens font toujours un même angle d'interſection avec les paralleles.

2°. Que les ſommets de ces pyramides inſcrites dans les zones de cônes, étant ſuppoſés prolongés juſqu'à l'axe, où doit être le ſommet de toutes les tranches de cônes inſcrits dans la ſphere, s'approcheront d'autant plus du pole qu'elles s'éloigneront de l'équateur, & au contraire, s'en éloigneront à meſure qu'elles approcheront de l'équateur ; de ſorte que celle de l'équateur aura ſon ſommet infiniment loin : alors les trapezes approcheront auſſi de plus en plus du quarré.

Cela supposé, & la situation horizontale des rangs de voussoirs divisés à leurs joints par des plans verticaux, passant par l'axe comme les méridiens ou plutôt comme les cercles Azimutaux de la sphere armillaire.

Soit *ahb*, le profil ou la section verticale de la doële d'une voûte sphérique, dont *ao* MC est le quart du plan horizontal, pris à son imposte. On divisera à l'ordinaire le contour du profil *ahb* en ses rangs de voussoirs, comme aux points 1. 2, 3. 4, & ayant abaissé de ces points des perpendiculaires sur le diametre *ab* qui le couperont en *e* & *f*, on tracera les projection des joints de lit par des arcs de cercles *fn*, *em* paralleles à l'imposte *aom*; sur l'un desquels ayant déterminé, à volonté, une longueur de voussoir *lk* ou *gi*; on fera la projection des joints de tête ou de doële *lg*, *ik* dirigés au centre C: on aura la projection d'un des voussoirs du second rang marqué au profil par les lignes ponctuées 1. 2, 2. 3, 3. 4, 4^b, dans laquelle projection on tracera les diagonales *li*, *gk*, & tirant les cordes *gi* & *lk*, on aura le trapeze de la doële plate raccourcie par la projection, dont on fera le développement comme nous allons le dire ci-après.

Au lieu de chercher la valeur des diago-

Fig. 105. Fig. 205.

nales, comme nous avons fait dans les exemples précédens ; on divisera la corde *lk* en deux également en V, par où l'on tirera au centre C la ligne V *u* qui coupera la corde *gi* au point *u*, puis on cherchera la valeur de cette ligne V *u* par un triangle rectangle fait à part, de la longueur V *u* prise sur la projection horizontale pour un côté, & de la hauteur 2 *t* prise au profil, qui est la hauteur verticale du point 2 du lit de dessus, & du point 1 de celui de dessous ; l'hypoténuse V 2 sera la valeur que l'on cherche pour la ligne du milieu de la doële plate, au deux extrêmités de laquelle lui ayant fait deux perpendiculaires, on portera sur l'inférieure, de part & d'autre, du point V, la longueur de la moitié *l* V, ou *k* V au lit de dessous, & *ug*, ou *ui* à celui de dessus, le trapeze LGIK sera le développement ou la valeur de celui du plan horizontal *lgik*. *Ce qui étoit proposé*, non seulement pour ce voussoir, mais pour tous les autres rangs au dessus ou au dessous dans la sphere réguliere.

Fig. 206.

Fig. 207.

fig: 207

Cette maniere est plus commode & la plus expéditive que celle de chercher la valeur des diagonales, lorsque la voûte est exactement sphérique, parce qu'il n'y a point de triangles à former pour

avoir les angles du trapeze de doële plate ; mais si on veut procéder par cette maniere, qui est la plus générale, suivant l'énoncé de notre problême, il sera aisé d'en trouver la valeur en prenant pour un des côtés du triangle rectangle L 2 *i*, dont elle doit être l'hypoténuse, la longueur de la projection de la diagonale *li*, & pour l'autre, la différence de la hauteur du lit inférieur avec le supérieur ; alors on aura les trois côtés d'un triangle, (dont la projection est,) *lkg* ou son égal *kli* ; sçavoir la valeur de la diagonale *kg* prise en 2. 1, la longueur de la corde *lk* prise sur le plan horizontal, & la valeur du côté *lg* ou *k* 1 son égal sur la corde 1. 2 du profil ; les trois côtés étant donnés, on décrira un triangle 2, 1, *m*, qui donnera l'angle 2, *m*, 1, & les points 2 & *i*, pour la formation de la valeur du trapeze 2, *m*, *i*, *n* dont la projection est L*gi*K. *Fig.* 208.

Les panneaux de doële plate étant trouvés, on aura ceux des joints de lit montans, qui sont des surfaces planes, dont les modeles sont les portions de couronne du profil, comme ici dans l'exemple du second rang de voussoirs, la portion 5. 1. 2. 6. *Fig.* 209.

Il resteroit à trouver les panneaux de lit, mais comme ce ne sont pas des sur-

faces planes, celle du lit supérieur étant concave conique, & celle de l'inférieur convexe, partie d'un plus grand cône, on ne peut parvenir à les former par le moyen des panneaux, excepté à l'imposte où ces lits étant dans un cercle majeur, à l'extrados & à la doële, on en peut former le panneau sur plan horizontal.

On peut encore se servir de la projection horizontale des joints de tête inclinés, en supposant une base de cylindre comme de l'épaisseur de la projection 1 *q* du joint 1. 5, parce qu'on traceroit un cercle à l'extrados parallele à celui de la base horizontale passant par le point *q*, & abattant de ce cylindre, la partie hachée à la fig. 205, dont le profil est le triangle rectangle 5 *q* 1, suivant les moyens donnés ci-devant au troisieme livre, par la supposition d'une circonscription de corps régulier, pour parvenir à la formation d'un corps irrégulier.



CHAPITRE II.

De la Goniographie ou description des angles, (en terme de l'Art) *des moyens de trouver les biveaux nécessaires pour assembler les panneaux.*

C'EST beaucoup d'avoir formé les modeles des surfaces qui enveloppent un voussoir, mais pour les assembler, il faut connoître l'ouverture des angles qu'elles font entr'elles, c'est-à-dire leur mutuelle inclinaison en angle aigu ou obtus ou *droit*, non pour en former une espece de coffre qui enferme l'espace du solide qu'on se propose de faire, mais pour retrancher de la masse d'une pierre brute, ou tout autre solide plus gros que le voussoir à former, l'excédent de chacune des surfaces dont il doit être enveloppé au-delà de celles qui ont été déterminées par les modeles que nous appellons *panneaux*, & les incliner entr'elles comme il convient à leur figure & à leur position respective à l'égard des autres qu'elle doit soutenir, ou par qui elle doit être soutenue.

Or ces angles solides sont de différentes especes & mesurés par des angles linéai-

res qu'il faut leur adapter, les uns sont rectilignes, qui sont les plus ordinairement ceux des lits & des joints, les autres mixtes droits d'un côté, & courbe dans l'autre, qui sont ceux des lits & des doëles ou des têtes & des doëles, d'autres sont courbes des deux côtés, tels sont ceux des enfourchemens de la rencontre de deux doëles. Pour former le modele de l'ouverture des angles de la premiere espece qui sont rectilignes, on a un instrument appellé *fausse équerre*, qui sert aussi de compas d'appareilleur dont les branches sont droites, tournant sur une tête où le frottement est assez rude pour qu'elles demeurent ouvertes au point dont on a besoin pour les appliquer sur la pierre sans varier; comme cet instrument est appliquable à toutes sortes d'ouvertures d'angles rectilignes & d'un fréquent usage, on le fait de fer; mais pour les angles mixtes qui ne sont que pour des cas particuliers, on les fait de bois d'une ouverture fixe & d'une où de deux branches courbes, convexes en dedans pour s'appliquer à une surface concave, & en quelques cas, concaves en dedans, pour s'appliquer à des surfaces convexes, comme à un côté des doëles des voûtes sur le noyau; c'est cet instrument qu'on appelle *biveau* dont

195.
194.
196.
197.
199.
200.
201.
204.
208.
205.
206.
207.

l'application sur l'arrête de l'angle solide ne peut se faire indifféremment en toutes situation de ses branches, comme nous le dirons ci-après.

Surquoi il est bon d'être averti des significations de nos expressions, qui sont différentes pour les angles solides & les angles linéaires; nous appellons ces derniers *angles plans*, c'est-à-dire qui terminent une surface plane, & *angle des plans* la rencontre de deux plans qui aboutissent l'un à l'autre; l'extrêmité des angles plans s'appelle le *sommet*, & celle du concours de deux plans ou de deux surfaces planes ou courbes s'appelle, en terme de l'Art, une *arête*.

PROBLEME.

Trois plans qui doivent former un angle solide étant donnés, trouver les angles rectilignes que forment entr'eux leurs inclinaisons mutuelles (ou en termes de l'Art pour l'appareil) *trouver les biveaux des assemblages de trois panneaux donnés.*

On sçait, par les Elémens de Géométrie, que les angles que font entr'eux deux plans qui se coupent ou se rencontrent, se mesurent par des perpendiculaires à leur commune intersection, & que l'on ne peut

faire un angle solide, à moins du concours de trois plans, parce que deux plans seuls ne peuvent enfermer un espace en circuit, il en faut même quatre, si on veut l'enfermer en tout sens.

Soient les trois plans donnés, les quadrilateres AB, AC, AD, lesquels étant assemblés, doivent former un angle solide en A, tel seroit celui du sommet d'une pyramide triangulaire, ou, si l'on veut, celui
Fig. 209. d'une des carnes d'un dez à jouer. Il faut faire deux opérations, l'une pour déterminer l'angle de rencontre du plan AD avec le plan AC, l'autre du même plan AC avec le plan AB.

On décrira sur une surface plane les trois angles plans donnés EAL, FAK, LAK autour du même sommet A, lesquels trois angles plans rassemblés doivent faire une somme de degrés moindre que celle de quatre droits (par la 21e prop. du 11e Livre d'Euclide), pour pouvoir en former un angle solide. Ensuite des points E & F, pris à distances égales du point A sur les côtés AF, AE, on tirera sur les côtés AL & AK commun au 3e plan AD des perpendiculaires EG, FH prolongées jusqu'à leur rencontre au point I, duquel pour centre & de l'intervalle HF pour rayon on tracera un arc de cercle vers x, qui coupera

en ce point x le côté A K prolongé s'il le faut. Si par les points I & x on mene la ligne I & x, l'angle H I x ou F I X sera égal à celui d'inclinaison mutuelle des deux plans A C, A D. De même si du point I pour centre, & de l'intervalle G E pour rayon, on fait un arc en y, où il coupe A L, l'angle G I y sera celui de l'inclinaison mutuelle des deux plans A B & A D. C. Q. F. F.

Pour le démontrer, il faut imaginer que les plans A B & A C se meuvent comme le couvercle d'un coffre autour des côtés A L & A K qu'ils ont de communs avec le troisieme plan A D, qu'on suppose immobile. Dans cette supposition de mouvement des deux premiers, on conçoit que le plan A B prendra la situation A b, & le plan A C celle de A c; ensorte que le côté A E se joindra au côté A F en un seul, dont A I sera la projection, & les points E & F se réuniront en l'air en un seul, dont le point I sera la projection; qu'il soit permis de le représenter par un point S, supposé en l'air, la ligne A S sera l'arête des deux plans réunis, & les lignes G S & H S représenteront en perspective les lignes E G & F H, & dont le triangle G S I, rectangle en I, aura deux de ses côtés égaux à G I & G E, qui sont perpendiculaires à la com- *Fig. Z.*

mune interfection AL : par conféquent l'angle SGI égal à celui qu'on a fait en GI*y* fera celui des deux plans AB & AD. Il ne s'agit donc que de décrire un triangle rectangle fur un plan égal à celui que nous confidérons en l'air au deffus du plan AD; ce que nous avons exécuté, en faifant le triangle rectangle IG*y*, qui a un angle droit en G, & les deux jambes G*y* & GI égales, par la conftruction, fçavoir I*y* égal à GE = GS, & GI, comme égal à luimême : donc l'angle GI*y* eft égal à l'angle exprimé en perfpective SGI, qui eft celui de l'inclinaifon mutuelle des plans, comme HI*x* eft égal à SHI. C. Q. F. D.

Si l'angle EAL du plan AB étoit obtus, comme à la 2e fig. *eal*, il faudroit prolonger le côté *la*, & tirer à ce côté la perpendiculaire *eg*, laquelle étant prolongée, couperoit *fh* au point I, qui feroit hors du panneau *lak*, mais cependant dans la prolongation de fon plan, & continuant l'opération comme à la premiere figure, en portant *ge* en *ix*, on aura pour l'angle de rencontre des plans *ad* & *ac*, l'angle obtus *fix*, fupplément de l'aigu *xih*. La raifon eft facile à concevoir, en faifant attention au mouvement du plan *ab* autour du côté *la*, prolongé jufqu'à la rencontre de la perpendiculaire *eg* à cette prolongation : car

Fig. 100.

alors le point *e* tournant en l'air, étant parvenu à l'angle droit sur le plan *da* prolongé, aura pour projection sur ce plan la ligne *gl*, & si on continue à le faire tourner jusqu'à ce qu'il soit arrêté par le plan *ac*, tournant de même sur *ak*, il parviendra jusqu'à la rencontre du point *f*, lorsqu'il sera parvenu en l'air au dessus du point *i*; car alors ce point *i* sera la projection de la réunion des extrêmités *e* & *f* des deux côtés *ae* & *af*. Or supposant le point *i* projetté en l'air où il doit être au dessus du plan *ad* au sommet, que j'appelle S, la projection du plan *ac* dans cette situation, arrêtée par la rencontre du plan *ab*, sera le trapeze *iako*, & celle du plan *ab*, arrêté par la rencontre du plan *ac*, sera le trapeze *ialp* qui tombe au dedans du plan *ad*, par conséquent qui fait avec lui un angle aigu égal à *giy*, au lieu que le plan *ac* tombant au dehors du plan *ad*, fait un angle obtus égal à *fix*. Fig. 110.

D'où il suit que plus l'ouverture de l'angle *eaf* restant du développement des trois angles des plans *ab*, *ad*, *ac* est grande, plus l'angle solide sera aigu, & au contraire plus elle sera petite, plus l'angle solide fait par l'enveloppement sera obtus; ensorte que si les trois angles, autour du point *a*, faisoient une somme presque égale à quatre

droits, le sommet de la pyramide seroit extrêmement obtus; & s'ils formoient quatre droits, il s'abaisseroit sur la base de la pyramide avec laquelle il se confondroit.

Il est clair que si l'on veut chercher le troisieme angle des plans formans le solide, il n'y a qu'à changer un peu l'arrangement de ces plans donnés, en joignant les deux côtés *ae*, *af* en un seul, & séparant un des autres, qui étoient communs à deux, pour opérer sur le nouveau côté *ea*, *fa* réunis, comme l'on a fait sur le côté *al* ou *ak*; ce qui se présente naturellement à l'idée de l'opération proposée.

Quoique cette premiere méthode soit simple, facile & générale, il en est d'autres pour trouver les angles que font entr'eux les plans, dont le concours forme un angle solide; c'est de réduire tous les corps compris par des surfaces planes en pyramides triangulaires, qui sont leur derniere réduction, comme nous l'allons exposer.

Autre maniere de résoudre le même problême en réduisant les corps en pyramides triangulaires.

Cette méthode qui est d'un grand usage dans la Stéréotomie pour mesurer la solidité des corps, de quelques figures qu'ils soient,

ſoient, même les ronds, par approximation, en les conſidérant comme des polyëdres d'un nombre infini de ſurfaces, n'eſt pas moins utile pour la Goniographie, c'eſt-à-dire la meſure des angles que ces ſurfaces font entr'elles.

Premiere application de ce ſyſtême aux voûtes ſphériques & ſphéroïdes.

On ſçait que les vouſſoirs de ces eſpeces de voûtes ſont un hexaëdre mixte, compris par ſix ſurfaces différentes, dont il y en a deux planes, qui ſont les têtes, dont la figure eſt une portion de couronne de cercle ou d'ellipſe. Il y en a auſſi une troiſieme ſemblable, qui eſt le lit de deſſous, conſidéré ſeulement à l'impoſte; ſi la voûte eſt en plein ceintre, les trois autres ſurfaces ſont naturellement courbes de différentes courbures; celle du dedans, qui eſt la *doële*, eſt concave, portion de ſphere ou de ſphéroïde; celle du dehors, qui eſt l'extrados, oppoſé à la doële, eſt convexe; celle du lit de deſſus eſt concave en portion de zone conique, & au lit de deſſous au deſſus de l'impoſte, convexe de même figure; ce qu'on a tâché de repréſenter par la fig. X en perſpective, conſidérée comme ſi elle étoit tranſparente, enſorte que le devant ne cache pas le derriere.

Chacun de ces voussoirs étant une espece de coin cubique, rétreci par un côté, si l'on prolonge ses quatre arêtes rectilignes, *ga*, *fe*, *hd*, *ib*, jusqu'à ce qu'elles concourent en un point C, qui est le centre de la sphere, lorsque la voûte est réguliere, on reconnoîtra qu'ils peuvent être considérés comme parties d'une pyramide tronquée par un plan perpendiculaire à son axe, & qui est la doële plate.

Mais cet objet étant encore trop composé, & enveloppé de surfaces différentes, ce n'est pas dans ce sens que nous devons prendre la pyramide pour l'imaginer triangulaire ; c'est par une prolongation du trapeze de la doële donnée., qui devient un des trois triangles qui l'enveloppent, dont le sommet S tombera, non au centre de la sphere, comme à la précédente, mais à un des points de son axe plus près ou plus loin de ce centre, selon que la doële plate sera plus ou moins inclinée à l'horizon.

Soit, pour exemple de cette doële, le trapeze A B D E, dont les côtés A E, BD concourent en S. On placera le panneau de tête *Fig. 211.* G A E F aussi donné sur le côté A E, qui sera la corde de l'arc du joint montant A E, & sur le côté A B le panneau de lit *g* A B N qu'on divisera par une diagonale *g* B, dont on portera la longueur de B en K par une

interſection de deux arcs, l'un du centre B, & Bg pour rayon, l'autre du centre S, & de SG pour rayon : enfin on tirera du point K au ſommet S la ligne SK, qui achevera le développement d'une pyramide triangulaire, par le moyen de laquelle on trouvera l'angle que font entr'eux les deux plans triangulaires GSA & ASB qui comprennent le premier une partie du panneau de tête FEAG, & l'autre la doële plate AEDB, comme il ſuit.

On tirera ſur le côté commun AS une perpendiculaire Lp, qui coupera le côté SG en L, & le côté SA en o ; on portera la longueur SL ſur Sk en Sl, & l'on tirera pl ; enſuite du point p pour centre, & pl pour rayon, on fera un arc vers E comme ux, & du point o pour centre, & oL pour rayon, on en décrira un autre qui coupera le précédent au point x, d'où tirant les lignes xP & xo, on aura le triangle pox, dont l'angle obtus o eſt celui du biveau que l'on cherche.

La démonſtration de cette opération ſera facile à concevoir, ſi l'on fait attention que les ſurfaces de doële plate ABDE donnée, & FEAG, panneau de tête donnée, ſont des parties des plans triangulaires SAG, SAB qui ſont développés ſur une ſurface plane, & qui ont un côté commun

AS, fur lequel on a tiré une perpendiculaire qui coupe GS en L, AS en *o*, & BS en *p*. Et comme dans l'enveloppement de la pyramide, le côté S*k* doit fe réunir au premier SG, il fuit que les points *l* & *k* doivent tomber de l'autre côté en L & G, par conféquent que S*l* doit être fait égal à SL, & SK à SG: & que fi la pyramide eft coupée par un plan perpendiculaire au côté SA, fa fection fera un triangle, repréfenté par *pox*, dont les trois côtés font donnés dans le développement, fçavoir, *pl*=*px*, *o*L=*ox*, par la conftruction. Donc l'angle obtus *xop* relatif à l'angle *g*AB de la bafe, eft celui que forment par leur inclinaifon mutuelle les plans GSA, ou fa partie G*h*EA donnée, & SAB ou fa partie AEDB, qui eft la doële donnée, fuivant le principe que nous avons donné pour mefurer les angles des plans, p. 220. C. Q. F. F. & D.

Deuxieme application du même principe aux vouffoirs des voûtes coniques.

Cette application fervira de plus ample explication à la précédente pour trouver les autres angles des différens plans qui comprennent les vouffoirs fphériques ou coniques, car il n'y a prefque pas de diffé-

rences entr'eux, lorſqu'on travaille ſur les ſyſtêmes de la ſphere réduite en polyëdre & du cône en pyramide, pour avoir toujours des doëles plates qui ſervent à bien ébaucher un vouſſoir, & à placer parfaitement les lits & les joints dans leurs inclinaiſons mutuelles, pour former un coin qui s'appuie ſur ſes collatéraux : car quoique les coniques finiſſent en pointe au fond de la trompe, on eſt obligé d'en émouſſer la pointe, qu'on ne pourroit exécuter en pierre ſans la caſſer, parce qu'elle devient trop aiguë pour ſoutenir le coup de marteau de l'ouvrier ; de ſorte que les doëles plates des trompes ne ſont que des trapezes, comme celle des voûtes ſphériques ; & l'on ſupplée au fond conique, par une pierre ſeule, creuſée en pointe, qu'on appelle le *trompillon*, ſur lequel les autres vouſſoirs pyramidaux viennent s'appuyer comme des rayons partans du ſommet.

Cependant on ſuppoſera les doëles plates comme ci-devant en triangles complets, dont le trapeze de cette doële eſt une partie du plan.

Soit pour exemple un vouſſoir de trompe *ae*, deſſiné en perſpective, fait à peu près comme un coin à fendre du bois, compris ſous cinq ſurfaces, dont il y en a deux en parallélogrammes *sebd*, *seac*, qui ſont les joints *Fig.* 212.

en lit, *cds* qui eſt ſa doële plate, *a be* ſon extrados, & *abdc* ſa tête. On eſt obligé d'en retrancher la pointe *fgsehi*, par la raiſon de la fragilité de pierre, à laquelle pointe ſupplée le trompillon d'une piece *ifgr*S à la doële qui reçoit les vouſſoirs ſur ſon lit T*ih*R*rgft*, qui eſt auſſi conique.

§. Il s'agit de trouver tous les angles que les différentes eſpeces de ſurfaces du vouſſoir font entr'elles par leur rencontre, ſçavoir, 1°. la doële *scd* avec le lit *sdbe*, & ſon oppoſé de l'autre côté *seac*; 2°. celui de tête & de doële; 3°. celui de tête & de lit.

Suppoſons premiérement qu'on cherche le biveau de tête & de doële plate : on commencera par tirer ſur le panneau de tête A B D C, une diagonale A D, pour former un triangle rectiligne A C D, & ſur le côté C D, on fera le triangle C D S, pour la doële plate; ſur ſon côté C S on fera en développement le panneau de lit *a*C S E, qu'on diviſera par la diagonale *as*.

Fig. 213.

On tirera enſuite ſur le côté C D commun à la tête & à la doële une perpendiculaire N P, par un point *o*, pris à volonté, laquelle coupera A D en N, & D S en P.

Du point D pour centre, & D S pour rayon, on décrira un arc S Q; du même

centre D, & par le point trouvé P, on décrira un autre arc aussi indéfini vers *q*; ensuite du point A pour centre, & de la diagonale *a*S pour rayon, on décrira un arc de cercle qui coupera le précédent SQ au point Q, d'où l'on tirera en D la ligne QD qui coupera l'arc P*q* au point *q*. Si de la longueur P*o* pour rayon, & de ce point *q* pour centre, on décrit un arc vers *y*, & que du point *o* pour centre, & de l'intervalle N*o* pour rayon, on en décrive un autre vers le même point, il coupera le précédent au point *y*; l'angle obtus *yoq*, que feront entr'elles les lignes *oy*, *oq*, sera celui du biveau que l'on cherche, pour assembler les panneaux de tête & de doële plate.

Secondement pour avoir les *biveaux de doële plate & de lit*, on tirera sur le côté commun CS une perpendiculaire FH par un point pris à volonté en G, puis du point S pour centre, & de l'intervalle S*a* pour rayon, on décrira un arc *a*I, & du point D pour centre, & de l'intervalle DA pour rayon, on décrira un autre arc qui coupera le précédent en I, d'où l'on tirera au point S la ligne IS : ensuite du point S pour centre, & de l'intervalle SF pour rayon, on décrira un arc F*f* qui coupera la ligne IS au point *f*, duquel pour centre & de l'in-

tervalle F G pour rayon, on décrira un arc vers *g*. Enfin du point H pour centre & de la longueur H G pour rayon, on décrira un autre arc qui coupera le précédent au point *g*; l'angle *fg* H, compris par les lignes *gf* & *g* H, sera celui des surfaces planes de doële plate & de lit que l'on demande, pour en former un biveau propre à déterminer l'inclinaison que doivent avoir entr'elles ces deux surfaces, l'une à droite, l'autre à gauche de la doële, si la figure est réguliere.

Troisiémement, s'il s'agissoit de trouver le biveau de l'angle que font entr'elles les surfaces de *tête* & de *lit*, supposé qu'on en eût besoin, on opéreroit encore sur le même principe. Je dis, si l'on en avoit besoin, parce que les deux opérations précédentes déterminent l'angle du lit & de la doële, & celui de la doële & de la tête déterminent aussi, par la construction, la position des arêtes C A & C S, B D & D S qui sont communes à la tête & au lit, aussi bien qu'à la doële & au lit: par conséquent l'angle de la surface de la tête & du lit se trouvent en place, en abattant la pierre entre les deux.

Cependant pour ne rien laisser à désirer, nous ajouterons encore ici la maniere de trouver l'angle que font entr'elles ces deux

ſurfaces, en les aſſemblant ſur le côté commun BD, ſur lequel on fera une perpendiculaire par un point M, pris à volonté, qui coupera la diagonale BC en L, & B*t* en K; enſuite du point B pour centre, & B*t* pour rayon, on décrira un arc indéfini vers *x*, & du point C pour centre, & CS pour rayon, un autre S*x* qui coupera le précédent en *x*, par où on tirera B*x*. Enſuite du point B pour centre & de l'intervalle BK, on tracera un arc qui coupera B*x* au point V, duquel pour centre, & pour rayon MK, on décrira un arc vers *q*, & du point L pour centre, & pour rayon LM, on en décrira un autre qui coupera le précédent en Z, l'angle LZV ſera celui que l'on cherche pour former le biveau de *tête* & de *lit* demandé. *Fig. 213.*

La démonſtration eſt toujours la même dans le fonds que pour les pratiques précédentes, en ce qu'il s'agit toujours de réduire ce ſolide en pyramides triangulaires ſur une baſe ſuppoſée à la tête en CBD, au lieu que dans la précédente, elle étoit en CDA pour une différente fin; & en tirant toujours des perpendiculaires à l'arête, dont on cherche l'angle des plans, qui eſt ici BD, au lieu que dans le cas précédent, c'étoit CS, & dans le premier la ligne CD.

De chacune de ces pyramides on n'avoit que deux côtés donnés, & l'on a cherché le troisieme qui ferme son contour. Or de ce troisieme côté, qui est comme les autres une surface triangulaire, on a les trois lignes des côtés données, puisqu'elles doivent être communes aux deux autres à l'intersection des trois plans; dans notre dernier exemple, on a le côté CB pour base du troisieme triangle, qu'on considere comme immobile; on a les deux autres côtés CL de la doële, & B*t* diagonale du lit qui doit se joindre dans l'enveloppement à CS, c'est pourquoi prenant CB pour base, on a formé le triangle C*x*B, qui est le troisieme, supposé dans le solide, divisé en pyramide, lequel n'est d'aucun usage; mais par son moyen, on trouve le troisieme côté du triangle LZV, formé par la section d'un plan perpendiculaire aux deux premiers, passant par les lignes LM & KM perpendiculaires à la commune intersection BD.

C'est le même procédé qu'on a tenu dans les recherches des biveaux de tête & de doële plate, & de doële & de lit, comme il est facile de l'appercevoir, pour peu d'attention qu'on y donne.

COROLLAIRE.

Pour montrer la généralité & l'étendue

de ce problême à toutes ſortes de panneaux de vouſſoirs de ſurfaces planes, dont on veut trouver les angles de leur inclinaiſon mutuelle, il n'y a qu'à conſidérer que toutes les ſurfaces rectilignes peuvent être réduites en triangles. Or quoiqu'un triangle de ſubdiviſion ne ſoit pas toute la ſurface d'un panneau, il eſt toujours évident qu'il en eſt une partie : par conſéquent l'angle de cette partie, avec un autre plan, détermine l'angle total des deux plans qui ſe rencontrent ou ſe croiſent. Voici encore une autre maniere plus facile, & qui ſuppoſe moins de données.

PROBLEME.

Deux angles rectilignes ASB, DSP *de plans perpendiculaires entr'eux qui ont leur ſommet* S *commun, & un côté* SP, *qui eſt celui de leur interſection, trouver l'angle de deux autres plans inclinés entr'eux, appuyés ſur les côtés* AS, DS, & BS, DS.

Soit la ligne PS l'interſection de deux plans triangulaires ASB, DSP, perpendiculaires entr'eux ; ce qu'on ne peut repréſenter ici (fig. 214) qu'en perſpective, parce que le plan SDP eſt en l'air au deſſus de l'autre ASB, auquel il ne tient que par ſa ligne d'interſection SP. Ayant fait PE *Fig.* 214.

perpendiculaire à PS, qui coupera SD prolongé en E, on fera EC perpendiculaire sur ES, qui coupera SP prolongé en C, par où on tirera FG perpendiculaire à SC: enfin ayant porté sur la même SC, prolongé la longueur CE en C*e*, & tiré de ce point les droites *e*F, *e*G aux intersections F & G de la ligne HG avec les lignes SA, SB prolongées, l'angle F*e*G, développement de celui qui est représenté dans la projection en FEG, sera celui que l'on cherche de la rencontre des deux plans, *Fig.* 214. appuyés sur les trois côtés AS ou FS, SE ou SD, qui est le même, & SG ou SB. C. Q. F. F.

Démonstration. Par la construction, les triangles FC*e*, GCE sont égaux à ceux qui sont représentés en projection en FEC & GEC rectangles en C, quoique la projection les rende obliques, qu'ils soient en l'air & inclinés au plan ASB de toute la longueur PC, parce que GC est perpendiculaire aux deux, & même trois lignes CS, CE ou CD qui sont dans le même plan CES, & parce que par la même construction CE est perpendiculaire à ES ou DS prolongé, qui doit être l'intersection des deux plans FES, GES, le plan passant par FEG sera perpendiculaire à la même intersection, & aux deux autres : donc l'angle FEG ou son

égal F e G, eſt celui de l'inclinaiſon mutuelle des plans, appuyés ſur les trois lignes données AS, DS, BS. C. Q. F. F.

COROLLAIRE.

De-là on tire la maniere de trouver l'angle d'un plan incliné avec un vertical, dont on a la projection ſur un côté de l'angle horizontal, & la plus grande hauteur de l'incliné, ou l'angle de ſon interſection avec le vertical & le côté horizontal, parce que ce cas n'eſt que la moitié du précédent, ou pour mieux dire une partie; ce qu'on expliquera ci-après par un exemple de pratique, après que nous aurons parlé de l'uſage des angles d'interſection des plans inclinés ou verticaux avec les horizontaux.

De la ſituation des angles des plans à l'égard de l'horizon.

On ſçait qu'en architecture toutes les opérations ſe réglent par le *niveau* & l'*à-plomb* : ainſi il eſt néceſſaire de faire attention à certaines conſéquences qu'on tire de la ſituation d'un angle quelconque, dont les côtés étant prolongés, coupent une ligne de niveau, ſçavoir, qu'il eſt égal à la ſomme, ou au ſupplément à deux

droits des angles que ses côtés prolongés font avec une ligne horizontale ou verticale.

Par exemple, que si les côtés d'un angle ADK sont prolongés jusqu'à une ligne d'à-plomp VE ou VC, ou une de niveau FD, l'angle ADK est égal à la somme des angles ACK & DKC; ce qui est démontré dans les Elémens de Géométrie. Il en sera de même, si le côté KD est prolongé jusqu'à une ligne de niveau C*n*, le même angle sera le supplément à deux droits des angles DIC & DCI, par la même raison que l'angle extérieur ADI, son supplément à deux droits, est égal aux deux intérieurs opposés, DIC, DCI.

Fig. 215.

D'où il suit que l'angle que fait un joint de tête A*d*, avec une doële plate O*d*, est le supplément à deux droits des angles que la doële & le joint, prolongés au-delà de son sommet, font avec une ligne à plomb VT, & que le même angle A*d*O de doële & de joint de tête, est égal à la somme des deux angles *dn*C & *d*C*n*, que ses côtés prolongés font avec une ligne de niveau.

D'où il suit que l'angle d'une doële plate avec l'horizon, c'est-à-dire un *coup de niveau*, donne aussi celui de la même avec un *à-plomb*: car il n'y a qu'à lui ajouter l'angle droit, on aura l'angle obtus *dop*, qui est celui de la doële plate avec l'à-plomb,

comme il eſt évident que l'angle *dop* eſt égal à ſon alterne *odu*; & par l'inverſe, ſi l'on a l'angle de l'à-plomb avec la doële, on a auſſi ſon ſupplément *od*T, auquel ajoutant l'angle droit, on a l'angle obtus *do*N, qui eſt celui de la doële avec l'horizon,ou, ſi l'on veut, pour un autre uſage, ſon ſupplément à deux droits *dot*, qui eſt le complément de l'aigu *odt*.

Remarque ſur l'uſage.

Les angles des doëles avec les à-plombs ou les niveaux, facilitent beaucoup l'appareil: mais il ne faut pas confondre l'à-plomb avec un plan vertical; car l'horizon eſt immuable dans ſa ſituation, en ce que les plans qui lui ſont paralleles ſont tous de niveau, & ont tous la même propriété; mais les plans verticaux, qui ſont tous à-plomb, n'ont pas pour cela la même ſituation & propriété, en ce qu'ils peuvent être tournés d'une infinité de côtés de l'horizon, vers les quatre parties du monde, ſeptentrion, midi, orient & occident; c'eſt pourquoi on ne peut en faire autant d'uſage que des plans horizontaux, dont on répete toujours ſûrement le profil par des lignes paralleles, plus hautes ou plus baſſes, qui ſont toujours équivalentes, pour donner les inclinaiſons des doëles plates, ſoit

en ſurplomb, en angle aigu, ſoit en talud, en angle obtus.

Application du problême à la pratique du trait pour trouver les biveaux des ſurfaces planes des vouſſoirs en toutes ſortes de cas.

Premiérement, il faut commencer par chercher la ſection des doëles plates avec l'horizon, que l'on peut toujours trouver, parce qu'elles lui ſont inclinées dans toutes ſortes de voûtes, & par-tout plus ou moins, excepté aux clefs des berceaux de niveau : car les clefs des inclinées en deſcente ou en montée étant prolongées, coupent toujours un plan horizontal plus ou moins loin, ſelon la hauteur à laquelle on veut ſuppoſer ce plan ; ce qui ne change en rien l'angle d'inclinaiſon, puiſque toutes les lignes de niveau ſont paralleles entr'elles.

Si un berceau eſt de niveau, toutes les interſections des doëles plates avec l'horizon ſeront paralleles à ſes impoſtes droites ou obliques ſur leur face, ſoit en biais, ſoit en talud ; mais ſi les berceaux ſont en montée ou en deſcente, il n'en ſera plus de même, les interſections des doëles plates avec l'horizon ſeront inclinées à la direction de l'axe. Telles ſont auſſi celles des voûtes coniques & des ſphériques faites ſur le ſyſtême des coniques.

Mais

Mais on peut faire de fausses suppositions pour la commodité de l'exécution dans la position des plans horizontaux, lorsqu'un berceau est incliné en descente; on peut considérer que si on le mettoit de niveau par ses impostes, elles seroient alors dans un plan horizontal, sans qu'il en résultât d'autres changemens à ce berceau que celui de la dénomination de ses faces, dont celle d'entrée de descente, qui étoit à plomb, deviendroit, par ce changement, en *surplomb*, & celle d'entrée de montée, qui étoit aussi à plomb, deviendroit en *talud*; ce qui n'opere aucun changement intrinseque au cylindre; auquel cas toutes les sections des doëles plates prolongées seroient paralleles entr'elles & aux impostes; ce qui donne plus de facilité de trouver les biveaux, comme on va le voir ci-après.

PROBLEME.

Trouver les biveaux de toutes sortes de voûtes sans former le ceintre de l'arc droit. Premiérement pour les voûtes en berceau de niveau, où l'on demande les biveaux des lits avec les doëles.

Soit ABDE le plan horizontal d'un berceau biais, dont le ceintre de face est le demi-cercle AHB, & la ligne pN la Fig. 216.

projection du joint de lit, passant par la division 7.3 des voussoirs. On prolongera la corde de l'arc 3.4, qui représente la doële plate du quatrieme voussoir, jusqu'à ce qu'elle rencontre le diametre horizontal A B, aussi prolongé en O, par où on menera O S parallele à P N ; ensuite par le point P, projection du point 3, on tirera P R perpendiculaire à O S, qu'on prolongera aussi vers *q*, où elle coupera l'axe C M prolongé.

On prolongera encore N*p* de la longueur, de la hauteur, de la retombée P 3, portée en P*x*: si l'on tire à ce point *x* les lignes *qx* & R*x*, l'angle Q*x*R sera celui de doële 4.3 avec le lit 3.7 que l'on cherche. La raison en est claire, si l'on releve par la pensée le plan *q*R*x*, qui est ici couché sur l'horizontal en situation verticale, qui lui sera perpendiculaire & au plan du lit passant par le joint de tête 3.7. C. Q. F. F.

SECOND EXEMPLE

Pour les Berceaux droits sur la direction, & en descente ou montée.

Quoiqu'on puisse opérer sur ces berceaux comme s'ils étoient horizontaux, & comme nous venons de le dire, en faisant la fausse supposition que le plan horizontal

passe par les impostes, nous ferons voir qu'on peut sans ce secours y appliquer le même principe de construction.

Soit CHKR le profil d'un berceau en descente droite, dont le quart de cercle A 2 H est la moitié de l'élévation du ceintre de son entrée, divisé en ses voussoirs 1.2.3, dont les joints de tête sont les lignes 1.7, 2.8, PS la projection du joint de lit qui passe par le point 2, qu'on suppose le supérieur d'un voussoir 7.1.2.8, dont on cherche le biveau de doële & de lit. On tirera l'horizontale 2F jusqu'au profil de tête HC qu'elle coupera en F, par où l'on menera FI parallele à la ligne de rampe CR, pour avoir la projection verticale de ce second joint de lit dans le profil CRKH de toute la voûte, lequel profil FI coupera l'horizontale AC prolongée au point *x*. Enfin on prolongera la corde 2.1 jusqu'en O, où elle coupera l'horizontal AC prolongée : on portera ensuite la longueur C*x* sur la projection horizontale du même joint de lit en PS, & du point S on tirera au point O la ligne SO, qui sera la section de la doële plate 1.2 avec l'horizon OC passant par la naissance A du ceintre de face AH. On prendra ensuite la hauteur de la retombée 2P pour la porter sur la projection de la face CA, prolongée de Fig. 217.

P en *g*, d'où l'on tirera une ligne en S, & sur S*g*, on fera une perpendiculaire *g*Q, par où on ménera la perpendiculaire indéfinie *y* Y, qui rencontrera SO en Y, & Hc en *y*. On portera encore la longueur *g*Q sur SQ prolongée en QG, & des points Y & *y*, on tirera à ce point G les droites YG & *y*G prolongé vers L: l'angle YGL sera celui que l'on cherche pour former le biveau de lit & de doële plate du second voussoir 7. 1, 2. 8. *Ce qu'il falloit faire.*

La démonstration de cette opération & de l'exemple précédent, est évidemment la même que la premiere de ce problême, avec cette différence, que nous prenions l'angle F*e*G, & qu'ici nous prenons son supplément à deux droits YGL demandé.

TROISIEME EXEMPLE,

Pour les voûtes coniques réduites en pyramides par des doëles plates.

La construction précédente conduit tout naturellement à celle des biveaux des voussoirs destinés à former des voûtes coniques, en ce que leurs doëles plates inclinées à l'horizon, y donnent des lignes d'intersection qui concourent à l'axe

ou à sa direction, comme aux berceaux en descente.

Soit ASB le plan horizontal d'une trompe droite entiere ou tronquée, par un *trompillon* d'une seule pierre qui en forme le fond ; dont le demi-cercle AHB, est le ceintre de face divisé en ses voussoirs 1.2, 3.4, &c. On demande l'angle que font entr'elles les surfaces d'une doële plate, comme 1.2, avec celle du lit désigné par son joint de tête 1.8. Fig. 212.

Ayant fait la projection horizontale de ce joint en PS, par le point P, donné sur le diametre du ceintre par l'àplomb 2, P. On tirera la corde 2.1, de la doële plate, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre du diametre BA, aussi prolongé en O, pour tirer par ce point, & le sommet *s* du cône, la ligne OS qui sera la section du plan de la doële plate avec celui de l'horizon, passant par les impostes A & B.

On élevera ensuite au point P une perpendiculaire sur PS, égale à la hauteur 2P de P en PF, & l'on tirera la droite *s*F qui sera la valeur de la projection PS du joint de lit, à laquelle on fera une perpendiculaire FQ qui coupera *s*P prolongé en Q, par où l'on fera passer une ligne indéfinie Y perpendiculaire à QS, qui coupera d'un côté la section de l'horizon

S*o* prolongée en Y, & l'axe du cône SC aussi prolongé en *y* : si l'on porte la longueur QF en QG sur SQ prolongée, & qu'on tire les lignes YG & *y*L par G, l'angle YGL, *sera celui qu'on cherche* pour former un biveau de lit & de doële.

Présentement, s'il s'agissoit de trouver le biveau de *doële & de tête*, qui est celui d'un plan incliné à l'horizon avec un vertical, on feroit usage de ce que nous avons dit au corollaire de ce problême, comme il suit.

La ligne S*o* de section de doële plate avec l'horizon, étant donnée, & la projection CB du plan vertical de la face sur ce même plan horizontal d'un point D, pris à volonté sur la tête de la doële plate 1. 2, on lui menera une perpendiculaire qui coupera le diametre AB au point C, par où on tirera une perpendiculaire au diametre AB, qui se trouve, dans ce cas, à l'axe CS, mais qui ne feroit pas de même, si le ceintre étoit elliptique ; ce point feroit alors en deçà ou en delà de C, parce que les perpendiculaires à un arc elliptique entre les deux axes, ne passent pas par le centre, comme nous l'avons dit au second livre ; mais plus près ou plus loin, selon que l'arc est surbaissé ou surmonté, & que le point est donné plus près ou plus loin du grand ou du petit axe.

On portera ensuite CD en C*d* qui tombera en dedans de B, parce que CD est plus petit que le rayon de la fleche de l'arc que la doële plate soutient comme une corde ; si l'on tire *ſd*, l'angle obtus *ſd*B sera celui que l'on cherche pour former le biveau de doële plate & de tête : comme il est clair par le corollaire de la démonstration du premier cas de ce problême où l'on peut prendre le point *o* au lieu du point *ſ* de la premiere figure, & le point *d* pour le point G de la même. *Ce qu'il falloit faire.*

Il faut noter que si la voûte conique étoit rampante, c'est-à-dire que l'axe fût incliné à l'horizon, il faudroit en faire le profil comme du berceau en descente ; mais alors la section de la doële & de l'horizon *ſo* ne seroit plus une ligne droite, mais une parabole, hyperbole ou ellipse.

QUATRIEME EXEMPLE

Pour les sphériques & sphéroïdes.

Cet exemple n'a pas besoin d'une figure particuliere, parce qu'il n'est qu'une application de la construction du cas précédent, d'un cône complet à un cône tronqué.

Nous avons remarqué ci-devant, en par-

lant des développemens des furfaces fphériques & fphéroïdes, que, pour fuppléer à l'impoffibilité de les développer, c'eft-à-dire les étendre en furfaces planes, comme l'on fait à l'égard des courbes cylindriques & coniques, on étoit réduit à divifer les fpheres & fphéroïdes par tranches d'épaiffeur prife à volonté, & d'infcrire dans chacune, une portion de cône tronqué ; ainfi infcrivant auffi dans chacune une portion de pyramide d'autant de côtés qu'il a de vouffoirs à faire, on retombera précifément dans le cas de l'exemple précédent, pour lequel nous avons trouvé les biveaux de lit & de doële plate, & de doële plate & de tête; ainfi il eft inutile de le repéter.

Il faut feulement obferver que nous ne parlons que des fpheres & des fphéroïdes réguliers, c'eft-à-dire qui font formés par la révolution d'un demi-cercle, ou d'une demi-ellipfe, tournant fur fon grand ou fon petit axe, mais non pas des *ellipfoïdes*, dans les tranches defquelles on ne peut pas infcrire des tranches de cônes, parce que celles-ci font engendrées par la révolution d'un trapeze fur un de fes côtés, qui donne des circonférences circulaires, toujours équidiftances de l'axe, mais les ellipfoïdes s'en approchent & s'en éloignent con-

tinuellement, ſuivant les contours des ellipſes planes, qui ſont les ſections de ces corps perpendiculairement au même axe; on ne peut pas même les réduire en polyëdres de ſurfaces planes quadrilateres, parce que les quatre angles de ces ſections ne ſont pas dans un même plan; ce qui donne des ſurfaces qu'on appelle *gauches*.

CINQUIEME EXEMPLE

Pour trouver les angles que ſont entr'elles les doëles plates des berceaux de différentes directions qui ſe pénétrent.

Premier cas pour les angles rentrans des voûtes en *arcs de cloître*, & ſecond cas des angles ſaillans des *voûtes d'arrête*.

Soit l'arc E A B H le ceintre d'enfourchement, dont E C eſt le demi-diametre, & les points A & B, ceux de la diviſion d'un vouſſoir du ſecond rang qu'on ſe propoſe de faire dans une voûte en arc de cloître, qui eſt le concours de deux berceaux qui ſe croiſent ſuivant un arc E A H qui eſt l'elliptique, ſi chacun d'eux eſt en plein ceintre, ce qui eſt exprimé au deſſous par le plan horizontal où l'angle G *e* F eſt celui de la rencontre des impoſtes, l'angle D *a d* qui lui eſt parallele, ſera celui du lit de deſſous du ſecond vouſſoir qu'on ſe propoſe, & la diagonale *e h*, la projection de Fig. 219.

l'arc d'enfourchement EABH, qui eſt la même que le demi-diametre EC avec ſes diviſions de retombées P*p*, marquées, dans ce plan, en *a* C *b*.

Si l'on traçoit la figure d'un vouſſoir entier de cet enfourchement, ce ſeroit celle qu'on a ponctuée en partie *a* D *ibld*; mais comme il ne s'agit que de l'inclinaiſon mutuelle de deux plans qui ſe rencontrent en angle ſaillant ou rentrant, il nous ſuffit de conſidérer ſeulement une partie de leur ſurface pour déterminer le tout, & pour rendre l'objet plus ſimple, nous ne conſidérerons que les deux triangles *a* D *b* & *adb*, qui ſe coupent ſuivant la diagonale *ab*.

Ces deux ſurfaces triangulaires élevées vers le point *h*, au deſſus du plan horizontal, & conſidérées avec un troiſieme triangle qui eſt *a* D *d*, formeront une pyramide triangulaire couchée, dont le ſommet eſt en *a*, qui fournit le moyen de trouver les angles que les plans, qui forment cet angle ſolide, font entr'eux, en ſuivant les moyens que nous en avons fournis dans ce problême. Mais pour plus ample explication; nous allons appliquer ce principe général dans une ſituation différente de poſition, en ce qu'elle eſt renverſée des conſtructions précédentes.

Par le sommet B de l'arrête supérieure du voussoir, on tirera l'horizontale 1 R, qui rencontrera la verticale passant par le point inférieur A ou point 1, d'où l'on tirera sur la corde A B de la doële plate, une perpendiculaire 1 U, dont on portera la longueur sur la projection *eh* de *b* en *q*, d'où tirant les lignes *qd* & *q*D, l'angle obtus qu'elles formeront D*qd*, sera celui du biveau que l'on cherche pour déterminer l'inclinaison mutuelle des deux doëles plates de l'enfourchement, soit que le point *q* soit à droite ou à gauche du point *b*, ce qui ne change rien à cet angle : s'il s'étoit agi du premier rang de voussoirs, dont le profil du ceintre d'enfourchement est l'arc E A, on auroit prolongé l'horizontale K A en N, jusqu'à la rencontre de la verticale E N, & tiré N V perpendiculaire sur la corde de cet arc E A : on auroit aussi porté cette longueur N V de *a* vers *e* en *n*, sur la projection horizontale *eh* de *a* en *n*, & tiré les lignes *no*, *nr*, l'angle *onr* seroit celui des doëles plates de rencontre du premier voussoir d'enfourchement.

On peut aussi tirer par un point *m*, pris à volonté, sur la corde E A, une perpendiculaire qui rencontreroit l'horizontale K N, prolongée en un point S; mais alors il faudroit porter la longueur *ms* au plan

horizontal de *a* en S, & mener par ce point S, des paralleles aux lignes d'imposte *e* G, *e* F, & prolonger les lignes *or* de part & d'autre, jusqu'à leur rencontre en 1. 2, pour avoir la base de l'angle 1.*s* 2.

DEMONSTRATION.

Pour rendre raison de ce changement de construction, il faut montrer qu'elle est la même que la premiere de ce Problême, qui consiste à former une pyramide triangulaire de trois plans, dont il y en a deux des côtés qui sont réels, & un troisieme imaginaire pour fournir le moyen de trouver les angles que font entr'eux ceux dont il s'agit.

On répétera la même projection horizontale qu'à la figure précédente, désignée avec quelques caracteres différens, pour ne pas confondre les lignes. Soit fig. 220 cette répétition de projection, on élevera au point B une ligne B T perpendiculaire sur A *y*, & égale à la hauteur B T du profil E A H de la précédente figure 220. On menera la ligne A T à laquelle on fera une perpendiculaire T *g* qui coupera A *y* au point *g*, par où on menera à la même A *y*, la perpendiculaire *fi*, qui coupera les projections des joints de lit prolongés A *d*, A D en *f* & *i*. On portera la longueur *g* T

de g en y sur Ay, pour avoir le point y, duquel ayant tiré les droites yf & yi, on aura l'angle fyi qu'elles comprennent pour celui des doëles d'enfourchement, qui se rencontrent en angle obtus saillant pour les voûtes d'arêtes, & rentrans, pour les arcs de Cloître, lequel angle est égal à celui de la figure précédente Dqd.

Pour le démontrer il faut faire remarquer que le triangle ATB de la fig. 220 est égal à celui du profil ABt, parce qu'ils sont tous deux rectangles, & ont deux côtés égaux, sçavoir, AB de la seconde projection égal à At du profil, & BT de la fig. 220, égal à la hauteur de la retombée Bt du profil par la construction; & le triangle AIB étant égal à AtB, si l'on tire sur la diagonale AB une perpendiculaire par un des angles opposés I, ou t comme Iu & il, elles seront parfaitement égales entr'elles; donc le triangle AgT est semblable au triangle ABx, par conséquent xB & Tg sont proportionnelles aux lignes AB & Ag; mais gy est égal à gT par la construction; de même que Bq = Bx : donc dans les triangles AqD & Ayf, les lignes qd & yf sont paralleles, puisque ces deux triangles sont semblables, ayant deux côtés proportionnels & un angle commun A; donc les deux

fig. 220.

conſtructions donnent le même angle des plans $Afyi$ & Dqd; *ce qu'il falloit démontrer.*

SIXIEME EXEMPLE

Pour trouver les biveaux des angles d'enfourchement de deux berceaux de différentes inclinaiſons à l'égard de l'horizon, comme un de niveau, & l'autre en deſcente.

Soit le parallélogramme ABDC la projection horizontale de deux doëles plates, qui ſe coupent ſuivant la diagonale AD, avec cette circonſtance que les côtés ou impoſtes AC & AB ne ſont pas dans le même plan horizontal, mais l'une de niveau AC, & l'autre en deſcente AB, ſuivant un angle donné BAG, mis en profil au deſſous de ce plan.

Fig. 221.

On élevera ſur la projection de leur interſection AD la perpendiculaire DH égale à la hauteur de la retombée DH, qu'on ſuppoſe connue par le profil AHC de la ligne AC inclinée au deſſus du plan horizontal, paſſant par AC, qui ſera repréſenté par la ligne AH. Sur CD prolongé dans le plan horizontal paſſant par ACD, on portera la même hauteur DH en DN; du même point D on menera une perpendiculaire ſur AB qui la coupera

en F, le profil de la descente A G au point G; on portera la hauteur F G sur l'horizontale A F en F*g*; ensuite par les points trouvés *g* & N, on tirera la droite *g* N qui coupera D F au point Z; la ligne menée du point A par Z, sera la section de la doële en descente avec l'horizon passant par A C, de sorte qu'au lieu de l'angle C A B qu'on auroit eu pour celui d'intersection des deux doëles avec l'horizon, on aura un angle plus resserré C A Z, sur lequel on construira le problême, comme si les berceaux étoient de niveau, ainsi qu'on vient de l'enseigner au cas de l'exemple précédent; ce qu'il est inutile de répéter.

Il est encore une autre maniere de trouver cette intersection A*zy* dans celui-ci. On portera la hauteur de la retombée D H perpendiculairement sur l'horizontale C D en D*h*, & l'on fera l'angle D*hy* égal au complément de celui de la descente B A G, ou, ce qui revient au même, en tirant *hy*, parallele à A G, jusqu'à ce qu'elle rencontre C D prolongée en *y*; la ligne A*y* sera la même section de la doële, dont l'imposte est inclinée à l'horizon en descente, au dessous du niveau de l'imposte A C; après quoi on opérera de même qu'au cas précédent, comme il suit:

Par le point H du profil de la ligne de

projection AD, on tirera la perpendiculaire HE sur AD prolongé, qu'elle coupera au point E, par où on tirera une perpendiculaire sur AE, qui coupera le côté AC prolongé en K d'un côté, & A*y* en *x* de l'autre; si l'on porte la longueur EH en EI sur AE prolongée, & qu'on tire des lignes de ce point I en K & en *x*, l'angle KI*x* sera celui de l'inclinaison mutuelle des doëles, dont on cherche l'ouverture pour former un biveau. Il est aisé d'appliquer cette construction à tout autre voussoir d'enfourchement qu'à celui-ci que nous avons supposé être le premier, en répétant pour chaque rang la même opération, faisant passer une horizontale par le lit inférieur qui est au bas de la diagonale de l'intersection des deux doëles, & prenant les hauteurs des retombées sur le profil de cette diagonale.

DEMONSTRATION.

Les lignes d'intersection des doëles plates étant une fois trouvées, & supposées bonnes, il n'y a aucune différence de la construction de ce cas, avec celle du premier du problême: ainsi il est inutile d'en répéter la démonstration.

Il n'y a donc ici d'extraordinaire à démontrer que la maniere de chercher la section

tion de la doële, dont l'imposte AB, qui est en descente avec le plan horizontal, qu'on suppose passer par l'imposte de l'autre berceau AC, qui est de niveau.

Puisque l'on suppose que la ligne AC de l'imposte du berceau de niveau est horizontale, & que AB ou AF est la projection aussi horizontale de l'imposte en descente, on peut considérer l'une & l'autre comme étant dans un même plan; mais le point F, par la supposition, étant au dessus de l'imposte rampante AG, qui s'en écarte en descendant, sera éloigné d'une hauteur qu'il faut chercher par le profil dans un plan vertical passant par AF. Soit ce profil l'angle donné de descente FAG, exprimé par un autre profil à part FD*h*G, la hauteur FG, déterminée par la perpendiculaire DG de la 1re fig. sera celle de l'à-plomb de distance au dessous du point F, sous lequel est le point G qui en est séparé à la premiere figure, parce que l'angle de descente est ici en profil & joint au plan qui est un genre de représentation différent de celui de la projection horizontale.

Or si l'on porte cette hauteur FG verticale sur l'horizontale AF en F*g*, & qu'on porte la hauteur HD, qui est au contraire au dessus du plan horizontal de la projection en DN parallele à *g*P;

la ligne gN, couchée de niveau, représentera celle qui seroit inclinée dans un plan vertical, passant par F D au dessous de l'horizon par G, & au dessus par H, comme on voit au profil de la deuxieme figure G H passant par z : donc elle coupera le plan horizontal, passant par A D au point z dans le rapport des distances horizontales z F & Z D, & les hauteurs verticales F G ou son égale F g sous l'horizon, & D H ou son égale D N au dessus de l'horizon; ce que l'on concevra plus facilement, si l'on imagine le systême horizontal gFz, D N Z, tourner sur D F comme au tour d'un axe, jusqu'à ce que les lignes F g & D N prennent une situation verticale, comme on le voit au profilsé paré gF, hD, dont la ligne AZy est une horizontale, traversant le plan incliné de la descente de la döele plate d'un rang de voussoirs du berceau en montée ou descente, qui se joint à l'horizontal A C D. *Ce qu'il falloit faire.*

On peut observer que, pour former les biveaux de tous les angles rectilignes, il n'est pas nécessaire que le trait de l'épure soit fait dans toute sa grandeur naturelle; il suffit que les lignes qui servent à trouver ces angles, soient entr'elles en même proportion, plus petites, comme à moi-

tié, au tiers ou au quart de l'ouvrage à faire, parce que c'eſt la ſeule ouverture de deux lignes, qui forme un angle rectiligne, les longueurs des bras n'y changent rien, comme l'on ſçait par les Elémens de Géométrie; tous les angles de même ouverture ſont égaux, quoique leurs côtés ſoient de longueurs inégales.

Il n'en eſt pas de même des biveaux à former ſur des angles curvilignes ou mixtes, à même ouverture: ils ſont ſemblables, mais non pas égaux, comme les rectilignes; ce que l'on apperçoit évidemment.

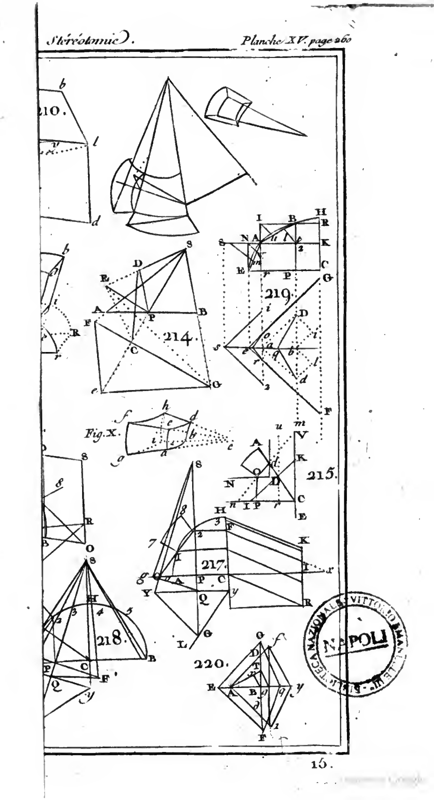
Il me ſemble que nous n'avons rien laiſſé à déſirer ſur les différentes manieres les plus aiſées à trouver les angles des plans, dont on doit former les biveaux d'appareil néceſſaires pour abattre la pierre, de façon que les paremens, les lits & les têtes ſoient inclinés entr'eux, comme il convient à la ſolidité & à la régularité de la partie que chaque vouſſoir occupe dans le corps d'une voûte quelconque.

Quant aux angles curvilignes, comme ſont ceux des enfourchemens de deux doëles, il faut en préparer les ſurfaces par des doëles plates, réglées ſur les cordes des arcs dont elles ſont les ſoutendantes, & les largeurs de ces doëles.

Les angles mixtes, qui ſont les plus ordinaires pour aſſembler les ſurfaces planes des lits ou des têtes, dans les voûtes en berceau, & ſphériques, ſe forment ſouvent ſans préparation de doële plate, parce qu'il ſuffit que la branche droite du biveau mixte ſoit appuyée ſur le lit ou la tête, ou le lit en joint, & dirigé perpendiculairement à la ligne qui eſt tracée pour l'arête de rencontre de la ſurface droite avec la courbe; ce qu'on apperçoit de ſoi-même, quand on a vu couper un peu de trait, c'eſt-à-dire exécuter en petit ou en grand, ſur la pierre ou ſur le bois.

Je ne pouſſerai pas plus loin les Elémens de notre Stéréotomie, qui n'a pour but que l'Architecture des voûtes, ou des formations de quelques parties d'édifices de figures ſingulieres, ſouvent néceſſaires pour corriger l'irrégularité des lieux, ou par l'imagination d'un Architecte, qui veut donner du nouveau dans ſa compoſition. Je crois en avoir aſſez clairement expoſé les principes de théorie & de pratique, pour mettre un Curieux ou un Artiſte, en état de les connoître & d'en faire l'application, pour exécuter tout ce qui peut ſe preſenter.

Fin du ſecond & dernier Volume.


210.
214.
219.
Fig. X.
215.
217.
218.
220.

CATALOGUE des Livres d'Architecture qui se trouvent chez Charles-Antoine JOMBERT, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame, à Paris.

ARCHITECTURE Françoise, ou Description des Maisons Royales & des plus beaux Edifices de Paris, avec des Dissertations historiques & critiques sur chacun de ces monumens. Par M. Blondel, de l'Académie d'Architecture, *in-fol.* grand papier, enrichie d'un très-grand nombre de planches.

Architecture moderne, ou l'art de bien bâtir pour toutes sortes de personnes; où il est traité de la construction, de la distribution, des devis, du toisé, & des us & coutumes: en deux volumes *in-4°.* grand papier, enrichis de près de 150 planches, 33 liv.

Suite du même Ouvrage. De la décoration extérieure & intérieure des Edifices modernes, & de la distribution des maisons de plaisance. Par M. J. Fr. Blondel, Architecte du Roi. 2 vol. *in-4°.* gr. pap. avec plus de 150 planches, 42 liv.

Discours sur la nécessité de l'étude de l'Architecture & sur sa prééminence sur les autres Arts; par le même, *in-12.* 1754. broché, 1 liv. 4 s.

Cours d'Architecture, qui comprend les Ordres de Vignole, avec un commentaire, & des instructions & préceptes sur ce qui regarde l'art de bâtir. Nouvelle édition enrichie de quantité d'exemples & de desseins de toutes les parties de l'Architecture. Par le sieur d'Aviler, *in-4°.* grand papier, avec plus de 200 planches, 24 liv.

Suite. Dictionnaire d'Architecture Civile & Hydraulique, où l'on explique les termes de l'art de bâtir & de ses différentes parties, comme la décoration extérieure & intérieure des Edifices, le Jardinage, la Menuiserie, la Charpenterie, la Serrurerie, la Construction des Écluses & des Canaux; &c. par Augustin-Charles d'Aviler. Nouv. édit. considérablement augmentée, *in-quarto*, grand papier. 15 liv.

Regle des cinq Ordres d'Architecture. Par Jacques Barrozzio de Vignole. Brochure *in-fol.* en 30 planches, 3 liv.

Le même ouvrage *in-12.* relié en parchemin, 1 liv. 16 s.

Abrégé du Parallele de l'Architecture antique avec la moderne, suivant les dix principaux Auteurs qui ont écrit sur les

cinq Ordres. Par M. de Chambray. Avec le discours gravé; augmenté des piédestaux pour chaque Ordre. *In-fol*, en 100 planches, 12 liv.

Maniere de dessiner les cinq Ordres d'Architecture & les parties qui en dépendent, suivant l'antique. Par Abr. Bosse, *in fol.* en plus de 100 planches, 18 liv.

Œuvres d'Architecture d'Antoine le Pautre, Architecte du Roi, contenant la description de plusieurs Châteaux, Eglises, Portes de Ville, Fontaines, &c. de l'invention de l'Auteur, *in-fol.* avec 60 planches, 18 liv.

La Théorie & la pratique de la coupe des pierres & des bois. Par M. Frezier, Ingénieur en chef à Landau. En trois volumes *in*-4°. avec 120 planches. 40 liv.

Elémens de Stéréotomie; à l'usage de l'Architecture, ou Abrégé de la théorie & de la pratique de la coupe des pierres. Par le même Auteur, en deux volumes *in*-8°. avec figures, 12 liv.

La Théorie & la pratique du Jardinage, où l'on traite à fond des Jardins de plaisance & de propreté, avec un Traité d'hydraulique convenable aux Jardins. Quatrieme édition augmentée, avec quantité de planches, *in*-4°. 1747, 15 liv.

Traité physique de la culture & de la plantation des arbres; avec la maniere de les exploiter, de les débiter & de les échantillonner suivant les différens usages auxquels ils sont propres. Par M. Roux, *in*-12. 1750, 2 liv. 10 s.

Traité de Charpenterie & des bois de toutes especes; avec un tarif général des bois de toutes sortes de longueurs & grosseurs, dans un goût nouveau, & un Dictionnaire des termes de charpenterie. Par M. Mesange. En deux volumes *in*-8°. avec figures, 1753. 12 liv.

L'art de la Charpenterie de Mathurin Jousse. Nouvelle édition, corrigée & augmentée de ce qu'il y a de plus curieux dans cet art, & des machines nécessaires à un Charpentier. Par M. de la Hire, *in-fol.* Nouvelle édition, 1751. 12 liv.

Détails des Ouvrages de Menuiserie pour les bâtimens, où l'on trouve les différens prix de chaque espece d'ouvrages, avec les tarifs nécessaires pour le calcul de leur toisé. Par M. Potain, *in*-8°. 1749, 6 liv.

Nouveau Tarif du toisé de la maçonnerie, tant superficiel que solide, où l'on trouve les calculs tout faits sans mettre la main à la plume; avec le toisé des bâtimens, suivant la coutume de Paris, & le toisé du bout-avant. Par M. Mesange, *in*-8°. 1746, 7 liv.

La Méchanique du feu, ou Traité de la construction de nouvelles cheminées, qui échauffent davantage & sont moins sujettes à la fumée. Par M. Gauger, *in-12.* avec figures. Nouvelle édition. 1749, 3 liv.

Œuvres d'Architecture de Jean Marot, appellé le *Grand Marot*, contenant les plans, élévations, coupes & vues perspectives des plus beaux édifices de son tems, *in-fol.* 48 l.

Les délices de Paris & de ses environs, ou Recueil de Vues perspectives des anciens monumens de Paris, & des Maisons de plaisance situées aux environs de cette ville; en plus de 200 planches dessinées & gravées par Perelle, *in-fol.* grand papier, 50 liv.

Les délices de Versailles, des Maisons royales & des Châteaux les plus considérables de France, en près de 200 planches dessinées & gravées par Perelle, *in-fol.* grand papier. *Sous presse*,

Œuvres d'Architecture de Jean le Pautre, contenant des desseins d'ornemens de toute espece, & divers exemples des différentes parties de l'Architecture qui sont susceptibles de décoration. En trois volumes *in-fol.* petit format, contenant près de 780 planches, 80 liv.

Plans, Elévations & Profils du Temple & des Palais de Salomon. Par M. Mallet, Consul à Smyrne; en 22 planches, avec des figures de Seb. le Clerc, 6 liv.

L'Architecture de Palladio, 2 vol. *in-fol.* 72 liv.

Ouvrages de M. Belidor, *Colonel d'Infanterie, des Académies des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse, &c.*

Nouveau Cours de Mathématique à l'usage de l'Artillerie & du Génie, où l'on applique les parties les plus utiles de cette Science à la théorie & à la pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la guerre, *in-4°.* nouvelle édition corrigée & augmentée considérablement, avec 34 planches, 1757. 15 liv.

Le même Ouvrage en grand papier. 24 liv.

Le Bombardier François, ou nouvelle Méthode pour jetter les bombes avec précision; avec un Traité des Feux d'artifice, *in-4°.* Paris de l'Imprimerie Royale. 15 liv.

Abrégé du même ouvrage en un vol. *in-12.*

La Science des Ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification & d'architecture civile, *in-4°.* gr. pap. 24 liv.

Architecture Hydraulique. *Premiere Partie.* Qui contient l'art de conduire, d'élever & de ménager les eaux pour les

différens besoins de la vie. En deux volumes *in*-4°. grand papier, avec 100 planches, 40 liv.

Architecture Hydraulique. *Seconde Partie.* Qui comprend l'art de diriger les eaux de la mer & des rivieres à l'avantage de la défense des places, du commerce & de l'agriculture. En deux volumes *in*-4°. grand papier, enrichis de 120 planches, 50 liv.

Dictionnaire portatif de l'Ingénieur, où l'on explique les principaux termes des sciences les plus nécessaires à un homme de guerre, *in*-8°. 1756. 3 liv. 12 s.

Ouvrages de M. LE BLOND, *Maître de Mathématique des Enfans de France, & Professeur de Mathématique des Pages du Roi.*

Abrégé de l'Arithmétique & de la Géométrie de l'Officier, contenant les quatre premieres opérations de l'Arithmétique, les Regles de trois & de compagnie; les principes de la Géométrie, nécessaires pour les Fortifications, & pour lever des Cartes & des Plans; le Toisé des surfaces & des solides, &c. *in*-12. avec figures. Nouvelle édition, 1758. 3 liv.

Elémens de Fortification, à l'usage des jeunes Militaires, contenant les principes & la description raisonnée des différens Ouvrages qu'on employe à la fortification des Places; les systême des principaux Ingénieurs; la Fortification irréguliere, &c. *in*-12. avec beaucoup de figures. Quatrieme édition, 1756. 3 liv. 10 s.

L'Arithmétique & la Géométrie de l'Officier, contenant la théorie & la pratique de ces deux sciences appliquées aux emplois de l'homme de guerre. En deux volumes, *in*-8°. enrichis de 45 planches, 1748. 12 liv.

Suite du même Ouvrage. Essai sur la Castramétation, ou sur la maniere de former, de tracer & de mesurer un camp, *in*-8°. avec figures, 1748. 6 liv.

Elémens de la Guerre des Sieges, où il est traité de l'artillerie, de l'attaque & de la défense des Places; avec un Dictionnaire des termes les plus usités dans la guerre des sieges. En 3 vol. *in*-8°. enrichis de plus de 30 planches, nouv. édit.

Elémens de Tactique, où l'on traite de l'arrangement & de la formation des troupes, des évolutions de l'Infanterie & de la Cavalerie, des principaux ordres de bataille, de la marche des armées, & de la castramétation, *in*-4°. avec figures, 1758. 15 liv.

